

# GEBRUIK VAN ICT EN BASISVAARDIGHEDEN

## OP ZOEK NAAR EEN EVENWICHT

ANDRE VAN DER SPIEGEL

REN VLAANDEREN - KAHO SINT-LIEVEN AALST - T<sup>3</sup> VLAANDEREN  
AALST - 22 APRIL 2009

---

### INLEIDING – SMAAKMAKENDE MIJMERINGEN

Ik heb ze nog de logaritmetafels van mijn jeugd.

Ik heb ze nog mijn eerste rekenmachines, met RPN en stack-toestanden, met de eerste programmering in maximaal 100 stapjes.

Ik heb ze nog mijn eerste programma's op floppy voor een Apple II. Voor de jongeren: Apple II werkte met een 8-bit processor en had 48 K RAM-geheugen. Een lachertje?

Akkoord, enige nostalgie is me niet vreemd. Als je dergelijke toestanden herkent, word je wellicht een dagje ouder.

Nieuwe vaststellingen dan maar. Er is geen vak 'gsm'en' en geen opleiding '(il)legaal downloaden'. Dat blijkt ook niet nodig. Dat gaat wel via ongebeleid zelfstandig leren.

Er is op ICT-gebied in 30 jaar veel veranderd in het onderwijs (van wiskunde). De veranderingen zijn eigenlijk nooit opgehouden. Er is altijd wat nieuw op de markt, altijd meer mogelijkheden. Dit vraagt van leraren dus altijd nieuwe aanpassingen. Er is een enorme diversiteit in het feitelijk ICT-gebruik door leraren. We krijgen nauwelijks zicht op 'bereikte' resultaten. We geraken maar niet gesetteld. Dat scheidt bij sommigen ontmoediging.

Toch wordt de verandering in vraag gesteld. Vooral van uit het hoger onderwijs (ho) klinken vandaag klachten. Allerlei (pseudo)studies worden gebruikt om de druk op het secundair onderwijs (so) te verhogen. Dat scheidt verwarring bij leraren. Moeten we verder vooruit, of moeten we dringend 'terug'? Leerlingen kunnen blijkbaar veel minder vlot algebraïsch rekenen. Dit is wellicht enigszins te relativiseren, maar toch niet te ontkennen. Mogelijk is dit toe te schrijven aan de grote boosdoener: het gebruik van de zakrekenmachine. En ja, enig misbruik door de leerlingen is ook in het so niet onbekend.

Maar ook voor andere vakken, zoals wetenschappen, economie, talen, geschiedenis ... stellen we dergelijke 'achteruitgang' vast. Dat brengt wellicht geen troost. Maar is het dan wel de rekenmachine op zich die verantwoordelijk is, of ligt de oorzaak veel dieper, veel fundamenteeler? Zou het kunnen dat we de (noodzakelijke) veranderingen niet zomaar geïmplementeerd krijgen?

In dit betoog wil ik op zoek naar oorzaken, kadering van het gebeuren en vooral naar een evenwicht tussen een oordeelkundige inzet van ICT-mogelijkheden en het onderhouden van zinvolle basisvaardigheden.

Achtereenvolgens ga ik in op volgende vragen:

- Hoe verwerken we de paradigmawissel in het onderwijs in het algemeen?
- Wat is wiskunde(vorming)?
- Wat biedt ICT in het algemeen?
- Wat kan ICT de wiskundevorming bieden?
- Wat zijn basisvaardigheden voor wiskunde en hoe onderhouden we ze?

## EEN PARADIGMAWISSEL VOOR HET ONDERWIJS

Het onderwijs is in transitie, wellicht omdat ons inzicht in hoe leren verloopt, is verbeterd. Ik stel gewoon vast, geef geen waardeoordeel. Bij het vergelijken van situaties, verval je nog al snel in een polariserend denken (het oude is niet goed en het nieuwe is top). Persoonlijk houd ik daar niet zo van. Ik wil dus vergelijkend beschrijven en de voordelen van elke benadering gebruiken.

Als je door de bril van de oude opvatting kijkt, dan mag je wel zeggen: “Oei, ze ‘kennen’ en ‘kunnen’ veel minder.” Kennen is dan vooral paraat ter beschikking hebben, kennis reproduceren en liefst in zeer korte tijd. Maar wellicht kunnen veel leerlingen van vandaag die kennis wel snel terug vinden of reconstrueren? Wellicht beschikken ze over een andere (soort) kennis?

Als je kijkt door de bril van de nieuwe benadering, dan zie je heel wat ‘vooruitgang’. Leerlingen kunnen veel vlotter omgaan met het verwerven van kennis, met het terugvinden van kennis, met het gebruiken van die kennis bij het oplossen van problemen. Ze bezitten andere vaardigheden dan louter ‘reken’vaardigheden. En misschien sluiten die beter aan bij onze opdracht van algemene vorming?

### OVERDRACHT VERSUS ONTWIKKELING?

Er is inderdaad *een verschuiving in het paradigma van onderwijs en vorming*. De term paradigma staat voor ‘een samenhangend stelsel van modellen en theorieën’ (ik zocht het maar even op voor jullie op wikipedia). De verschuiving wordt beschreven als een overgang van ‘overdrachtsonderwijs’ naar ‘ontwikkelen onderwijs’. Het tijdsbestek van dit betoog laat niet toe hierop uitgebreid in te gaan. Toch een paar krachtlijnen.

Bij *overdrachtsonderwijs* gaat het er om een gekend, afgesproken kennisarsenaal over te dragen in een bepaalde, voorziene tijd. De begrippen, eigenschappen, regels worden overgedragen door een expert in de materie. De overgedragen kennis wordt door de lerende opgeslagen om later gereproduceerd en/of gebruikt te worden. En om niet te sterk te polariseren wil ik hier kennis toch ook al zien als het geheel van kennis, vaardigheden en attitudes.

Maar kennis komt van overal aanwaaien. Enorme hoeveelheden kennis staan zomaar ter beschikking op gemakkelijk bereikbare informatiedragers. De school als instelling verliest haar monopoliepositie van kennisoverdrager. Er wordt heel wat zinvols geleerd buiten de school om. Het wordt wellicht de opdracht van de school leerlingen zinvol en verantwoord te leren omgaan met die informatie. Let wel, dat kennis beschikbaar is, betekent niet dat die ook gekend is en adequaat gebruikt kan worden. Nieuwe kennis moet je kunnen integreren in en met bestaande kennischema’s. Een vorm van (snel parate) basiskennis blijft noodzakelijk om nieuwe informatie kritisch te kunnen toetsen. Wellicht kan de hoofdbrok van de schoolse basisvorming hier geplaatst worden?

Bij *ontwikkelen onderwijs* is er meer aandacht voor betekenisvolle verwerving van nieuwe concepten, aansluitend bij de eigen voorkennis en/of context. Het is belangrijker wat de leerling met de beoogde kennis moet aanvangen, en wat hij er zelf mee aankan. Het gaat daarbij veelal om het proces van werken en minder om de encyclopedische kennis op zich, vermits die gemakkelijk bereikbaar is en snel kan gereconstrueerd worden. De tijd dat het kennisarsenaal, zoals op school verworven, volstaat voor het geheel van een carrière, is voorbij. Voortdurende nascholing in het kader van levenslang leren is alsmat belangrijker. Mensen moeten daarvoor nu naast vlot en adequaat inzetbare kennischema’s, meer dan voordien beschikken over andere vaardigheden, zoals leervaardigheden en zelfstandige, kritische omgang met informatie.

Ontwikkelen onderwijs legt meer dan voordien intentioneel de nadruk op de verantwoordelijkheid van de lerende zelf. De leerling moet doorheen het vormingsproces meer leerfuncties leren opnemen. Er is een groeiende verschuiving van docentgestuurd naar leerlinggestuurd onderwijs en daardoor een grotere betrokkenheid op het leren. Maar daardoor vertraagt het leertempo, zeker in de beginfase? En dus

verminderd ook de hoeveelheid verwerkte kennis? Anderzijds wordt van bij het begin meer in gegaan op een beter inzicht in het verwerken zelf, waardoor achteraf wellicht sneller verwerkt kan worden?

Let wel, ook dit leren blijft een kwestie van intensieve oefening en training. Terugkoppeling niet alleen over het bereikte kennisniveau, maar ook over de verwerkingswijze wordt van belang. Nadenken over het cognitieve wordt gekoppeld aan inzicht verwerven in het metacognitieve. Leren ontwikkelt zich ten slotte in een sociale context van uitwisselen en toetsen van de eigen verworven inzichten aan die van anderen. Ook dit blijkt een belangrijke vaardigheid die voor een latere loopbaan van belang is.

Van *wiskunde* wordt vaak gezegd dat het nauwer aansluit bij overdrachtsonderwijs, dan bij ontwikkelend onderwijs. Ik betwijfel dat. Ook hier wil ik niet polariseren. Dat betekent dat ik er geen voorstander van ben dat de leerling alles maar zelf moet ontdekken. De overdracht van de leraar kan hierin schuilen dat we de leerlingen gericht leren kijken. Dat is toch een rijkere invulling van overdracht dan de boutadische voorstelling 'de leraar denkt voor, de leerling denkt na'. Maar de verwerking van het denkproces, en dat is (uiteindelijk) dus meer dan nadoen, moet bij de leerling liggen. Zegde Poincaré al niet: "Les math se font!", wat ik altijd vrij vertaald heb door: "Wiskunde leer je door het te doen!" (en dus niet door ernaar te kijken). En nu we toch citeren. Zegde Papy in 1968 bij de invoering van de moderne wiskunde al niet: "Par la mathématisation active des situations, on substitue le 'learning' au 'teaching'. Le but ultime des enseignants n'est pas d'enseigner, mais de faire apprendre et d'apprendre à apprendre." (Arlon 10, p. 8)

#### KEUZES MAKEN IN OVERLEG SO-HO

Zonder te willen polemiseren, stellen we vast dat het hoger onderwijs deze paradigmaomslag nog niet volgt in haar verwachtingen ten aanzien van studenten. (Let wel, ook in het so is de omslag nog niet volledig verwerkt.) Veelal wordt nog gedacht vanuit de beginsituatie van een soort van encyclopedische basisvorming (hier vooral 'parate' kennis en utilitaire vaardigheden). In een aantal studierichtingen wordt het 'nieuwe' leren pas ingezet als de studenten al in hogere jaren zijn aanbeland.

We stellen ook vast dat in het ho veelal te sterk gedacht wordt vanuit een soort van eenheidsvorming in so-wiskunde. Daarbij wordt de differentiatie die in het so wordt aangebracht, vanuit de noodzaak tegemoet te komen aan de potentiële mogelijkheden van leerlingen, over het hoofd gezien.

Een voorbeeld. We hebben er geen probleem mee dat leerlingen die wiskunde of toegepaste wetenschappen gaan volgen op universitair niveau over een veel hogere manuele vaardigheid moeten beschikken. We hebben er wel problemen mee dat leerlingen die minder veeleisende wiskunderichtingen gaan volgen (en meestal een duidelijk beperktere wiskundevorming kregen in het so) op dezelfde wijze getaxeerd worden. De beperking op so-niveau in inhouden en beheersingsniveau betekenen bijvoorbeeld dat we leerlingen bepaalde gecombineerde (denk)oefeningen niet aanbieden, of dat we leerlingen bepaalde rekendrempels kunnen over helpen door middel van rekenmachinegebruik, en hen dan wel met dieperliggende vormingselementen kunnen confronteren (zoals meer aandacht voor probleemoplossende vaardigheden). Als alle wiskundetijd in so moet ingezet worden op een wellicht achteraf nauwelijks effectieve rekenvaardigheid, dan zal heel wat minder aandacht kunnen gaan naar het doormaken van degelijke verwervingsprocessen die precies de paradigmawissel uitmaken. Hier moet een fundamentele keuze gemaakt worden in het so, maar ook wat betreft de begintermen van het ho.

Deze fundamentele keuze betreft enerzijds de juiste doelstellingen, de juiste aanpak en werkwijze, en daarbij het inschakelen van hulpmiddelen. Bijvoorbeeld het niet verder zetten van deze aanpak brengt voor leerlingen en hun leraren alleen maar verwarring. In dit kader moet overlegd worden welke ruimte gegeven wordt aan welke basisvaardigheden wiskunde in welke studierichtingen.

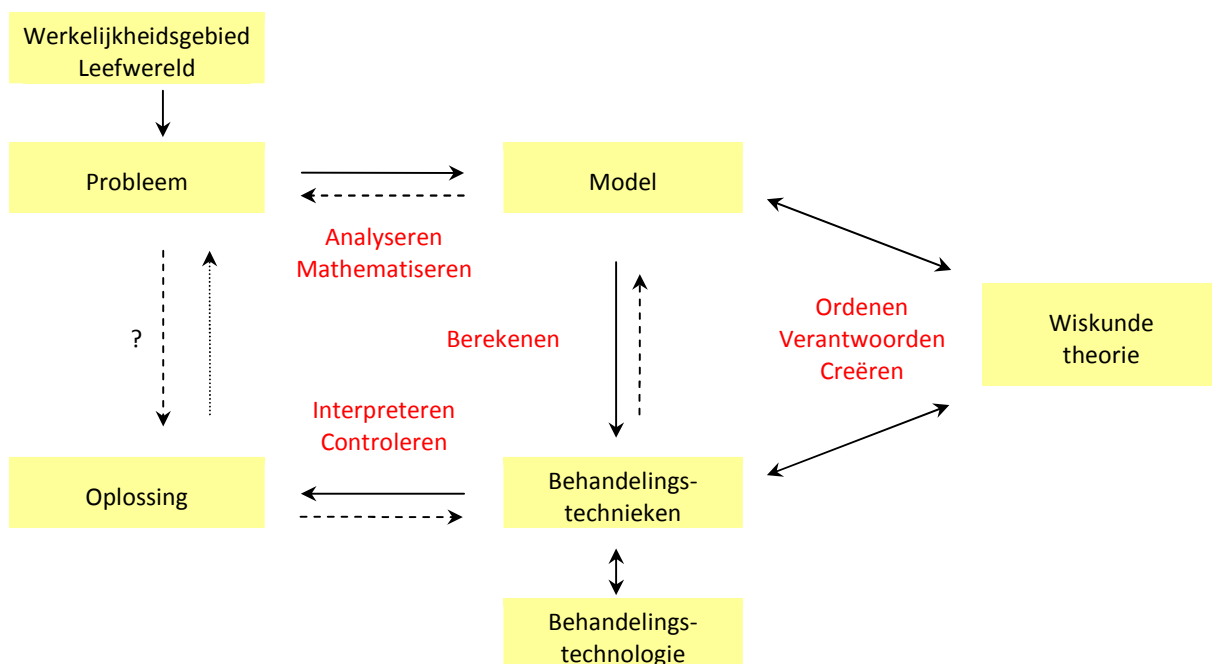
Bij deze keuzes, mag overigens niet vergeten worden dat we de laatste decennia ongeveer een 20 % aan wiskundevormingstijd hebben ingeleverd. Daartegenover staat dat de omvang van de verwachtingen niet is afgenomen. Dergelijke inlevering moet eigenlijk onvermijdelijk consequenties hebben op de bereikte inhouden en/of op de beheersingsniveaus ervan?

## WAT IS WISKUNDEVORMING?

De ruimte om deze vraag te behandelen kan slechts beperkt zijn in het huidige betoog. Het doel daarvan is immers 'ICT en basisvaardigheden'. Een beeld schetsen van wiskunde en wiskundevorming is een betoog op zich. Toch speelt de visie op wiskundevorming mijns inziens een belangrijke rol in het verhaal van ICT en basisvaardigheden.

### WISKUNDEGEBRUIK VERSUS WISKUNDETHEORIE, EEN VALSE TEGENSTELLING?

Het model waarmee in de leerplannen VVKSO gekeken wordt naar wiskunde is wellicht genoegzaam bekend. Het bestaat in hoofdzaak uit twee luiken: een luik over het gebruik van wiskunde en een luik over 'theorie'vorming.



In *het gebruikersluik* gaat het om het gebruik van wiskunde in allerlei situaties ... zeg maar de wiskunde in haar toepassingen. Neemt niet weg dat hierbij heel wat belangrijke wiskundige vaardigheden ontwikkeld worden, en dat heel wat aandacht gaat naar belangrijke opvattingen als strategische en methodische aanpak. Vaardigheden die worden ingezet: het analyseren, het mathematiseren, het berekenen, het interpreteren van resultaten, het gecontroleerd terugkijken op het hele verwerkingsproces.

Hieraan gekoppeld wordt heel wat inzicht meegegeven in het leerproces van wiskunde maar ook in het leren in het algemeen. Het verwerven van een concept via voorbeelden en tegenvoorbeelden, via een expliciteringsproces van kenmerkende eigenschappen en met een stijgend niveau aan verwoording (en voor wiskunde ook symbolisering) kan model staan voor alle leren. Het analyseren van (mathematiseren) en interpreteren in (demathematiseren) bepaalde contextsituaties kan model staan voor het gebruiken van opgebouwde kennischema's. Het verwerven van de nodige vaardigheid om de juiste berekeningen te kunnen uitvoeren kan gemotiveerd worden vanuit de noodzakelijke toepassing ervan om tot een oplossing te komen. Het streven naar een groeiende zelfstandigheid in het verwerken van deze processen doet de wiskundevorming perfect passen bij de paradigmawissel.

Het tweede luik gaat over *de wiskundetheorievorming*. De veelheid aan verworven concepten, eigenschappen, technieken ... kunnen pas behoorlijk functioneren in goedgeordende kennischema's. Wiskunde stelt ook de vraag naar veralgemening en naar verklaring en verantwoording van eigenschappen, regels en samenhang. Hier wordt de basis gelegd voor wiskundige theorievorming. Wiskunde probeert niet alleen de vraag te beantwoorden *dát* het zo is (dat het een oplossing is, dat het een eigenschap is), maar ook die *waaróm* het, binnen het systeem, zo is.

Deze denkwijze impliceert wel een iets andere aanpak van het leerproces dan louter overdragen van een afgewerkt systeem. Ik blijf een lans breken om het structureren a posteriori te doen als denkoefening, en niet de wiskundekennis over te dragen als een a priori afgewerkt geheel, en toch het moeizame, tijdrovende werk te doen van het opbouwen en structureren zelf. Dit is wat wiskundigen doen: modellen zoeken of uitbreiden en de werking ervan verantwoorden en ze terug brengen of verantwoorden vanuit de voorhanden zijnde kennis. Zoals abstraheren geleerd wordt door een proces van betekenisvolle begripvorming, zo wordt structureren maar geleerd in het proces van structureren, en niet door structuren zonder reflecteren over te nemen. De leerlingen confronteren met deze 'constructieve en creatieve houding' van bij het begin lijkt me meer resultaat te zullen opleveren dan het overdragen van afgewerkte gehelen. Wat mijns inziens nog niet betekent dat leerlingen alles zelf moeten ontdekken. En daardoor kunnen we ons ook zonder probleem plaatsen in de paradigmawissel waarvan hiervoor al sprake.

Krachtige instrumenten in deze tweeluikvisie zijn de ontwikkeling van betekenisvolle concepten (begrippen, eigenschappen, regels, verbanden ...) en de samenhang ervan, het leren modelleren en het verantwoorden van wat je doet en zegt. - We gebruiken met 'modelleren' een term (die vaak in de hogere wiskunde een specifiekere betekenis heeft) voor het algemenere mathematiseren, het onder wiskunde brengen, het toewerken dus naar een wiskundige verwoording, formulering van de dingen. - De kracht van het systeem ligt in het ontwikkelen van niet onbelangrijke probleemoplossende vaardigheden (zowel voor gebruik buiten als binnen de wiskunde), die rechtstreeks en onrechtstreeks bijdragen in het ontwikkelen van onderzoeksvaardigheden en leervaardigheden. In een tijd waarin levenslang leren meer en meer een fundamentele optie is voor de onderwijsvorming is het onmogelijk hieraan in het so geen aandacht te besteden. Ik kan me niet van de indruk ontdoen dat als het hoger onderwijs hier een eind in zou meestappen, we wellicht minder overbruggingsproblemen zouden hebben?

In het deelschema van de gebruiker is er een onderdeel dat verwijst naar verwerkingstechnologie, zeg maar het gebruik van rekenmachine en software om aan de resultaten te komen. Doel en juist gebruik lijken me, *deze middelen in te zetten als het wiskundig doel op een ander vlak ligt dan de verwerving van rekenvaardigheid*, bijv. bij het oplossen van vraagstukken met 'realistische' getallen. *Wat dan weer niet betekent dat bij vraagstukken met eenvoudige berekeningen zomaar het rekentoestel moet ingezet worden*. Dit vormt een mooi evenwicht, dat we in so niet meer kwijt willen.

#### MODULATIE IN VERSCHILLENDE STUDIERICHTINGEN

De vormingspakketten van de verschillende studierichtingen worden samengesteld door verschillende combinaties van deze beide 'vormingscomponenten'. Je kunt daarbij denken aan een mengpaneel voor muziek waarbij met verschillende knoppen het geluid gemoduleerd wordt. De knoppen hier kunnen dan staan voor gebruik en theorie, maar bijvoorbeeld ook voor verschillende vaardigheden en competenties.

Dat betekent enerzijds dat de vorming van het wiskundig sterk pakket duidelijk meer elementen bevat van theorievorming en hogere eisen aan de toepassingsgerichte vaardigheden (met o.m. rekenvaardigheden). Dat betekent anderzijds dat een minder sterk pakket meer gebruikerselementen bevat, met inbegrip van een minder hoog beheersingsniveau van de rekenvaardigheden. Inderdaad wordt voorrang gegeven aan de vorming van betere inzichten in de concepten, in redeneervermogen, in probleemoplossende vaardigheden. Voor eventuele rekenproblemen wordt expliciet de rekenmachine als drempelverlaging ingebracht. We spreken liever van een andere samenstelling tot verschillende wiskundepakketten, dan van één wiskundepakket dat aan een aantal leerlingen maar 'gedeeltelijk' wordt doorgegeven.

## COMPETENTIES

Verder is de leerplanvisie gebaseerd op documenten die de Pisa-toetsen van de OESO ondersteunen. Daarin worden voor wiskunde een aantal *competenties* geformuleerd. Dat kan door sommigen wellicht gezien worden als een stap om wiskunde te sieren met het meest actuele ‘pedagogisch’ sausje. Mijns inziens is het zinvol om over de meer fundamentele draagwijdte ervan in ons vakgebied na te denken. (Zie bijlage 1 voor een formulering van competenties op niveau eerste graad).

Het gaat om een achttal breed geformuleerde wiskundige competenties die aansluiten bij een aantal algemene competenties en de gedachte dat leerlingen best zelf die competenties ontwikkelen, waarbij de verschillende aspecten van kennis, vaardigheden, attitudes en opvattingen geïntegreerd worden.

Enerzijds gaat het over competenties betreffende *het vermogen (en de bekwaamheid) om vragen te stellen en te beantwoorden over en met wiskunde*.

De leerlingen ontwikkelen het vermogen tot:

- wiskundig denken;
- het aanpakken en oplossen van problemen;
- het formuleren van wiskundige argumenten;
- het wiskundig modelleren van situaties.

Anderzijds betreft het competenties die *het vermogen aangeven om wiskundetaal en wiskundige hulpmiddelen in te zetten*.

De leerlingen ontwikkelen het vermogen tot:

- het representeren van situaties met behulp van wiskunde;
- het hanteren van een specifieke wiskundetaal (o.m. symbolen en formalisme);
- het communiceren in en met wiskunde;
- het gebruiken van hulpmiddelen.

De gelijkenis met vaardigheden valt op. Toch is het belangrijk te beseffen dat hier niet alleen de vaardigheden een rol spelen. De kenniselementen en de attitudes zijn even waardig (zonder voldoende kennis geen ‘competentie’). Het is precies in de integratie en in het evenwichtig uitbouwen van alle aspecten dat de rijkdom van deze opvatting ligt.

Het denken vanuit competenties legt wellicht andere klemtonen in onze wiskundevorming. Merkwaardig genoeg sluiten ze goed aan bij de verwachtingen binnen de paradigmawissel.

## OVERLEG

Verdedig ik uiteraard de visie achter het leerplan, ik wil niet blind zijn voor problemen. Wellicht zijn er in het zoekproces naar een nieuw evenwicht dingen verloren gegaan of worden ze alleszins te weinig intentioneel benadrukt. Dan is het nu tijd om daarover na te denken!

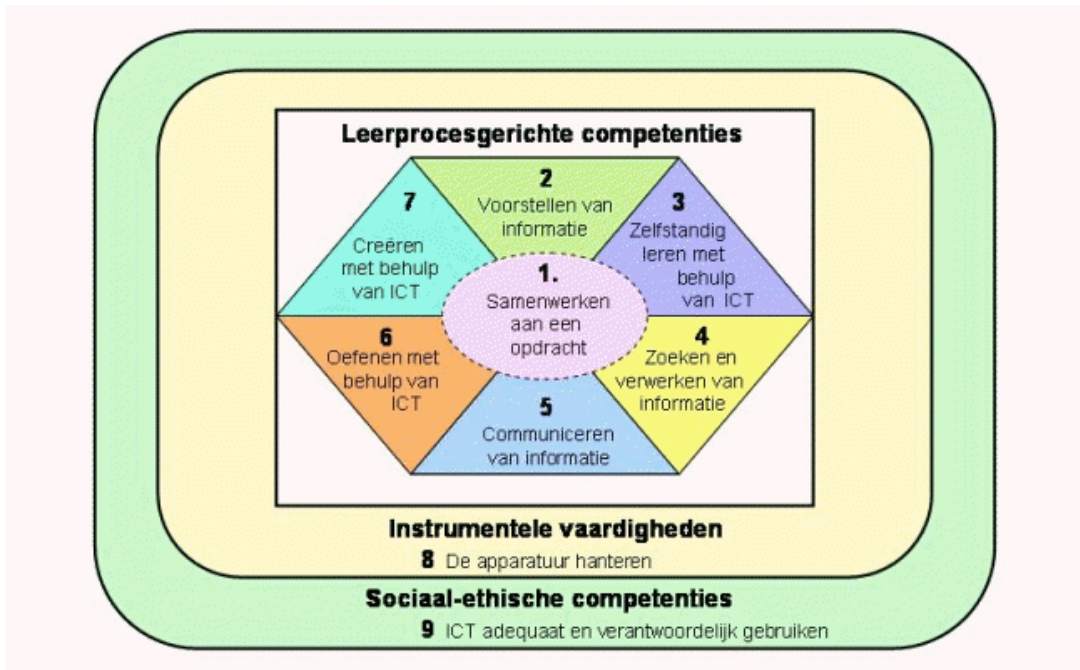
Een van deze dingen zou denken over basisvaardigheden kunnen zijn. Daarop gaan we verder in.

Misschien moeten we ook in de wiskundig sterke so-vorming eens terugkijken op de sequentiële opbouw. Het leerplan laat hier wel degelijk de ruimte voor, maar door de veelheid aan opgelegde onderwerpen kunnen we dit wellicht niet overal meer? En vergeten we daarbij niet dat we in de laatste decennia ongeveer 20 % van onze lestijden verloren hebben. Overleg met het hoger onderwijs over waar dit uitdiepen meer gewenst is en waar minder, is wellicht beter dan de keuze hiervoor volledig vrij te laten aan de leraren? Door overleg kan de beginsituatie van leerlingen in het ho misschien terug wat uniformer gemaakt worden (maar alleszins rekening houdend met de verschillende niveaus waarop de leerplannen kunnen uitgewerkt worden). De begeleiding is hier een van de initiatiefnemers tot dat overleg en een van de stuwende krachten om dat overleg te laten slagen. Je vindt achteraan als bijlage een ontwerpdocument over basisvaardigheden, met inbegrip van bredere wiskundige vaardigheden, dat als uitgangspunt kan dienen voor dat overleg (zie bijlage 2).

## WAT BIEDT ICT ONS IN HET ALGEMEEN?

De ICT-mogelijkheden vandaag zijn zeer uitgebreid.

Voor een overzichtelijke indeling kunnen we ons inspireren aan de vernieuwde eindtermen ICT eerste graad, die enigszins verwerkt samengevat worden in de zogenaamde ICT-diamant.



De 6 gebieden van de zeshoek geven de volgende competenties aan:

- Zelfstandig oefenen met behulp van een ICT ondersteunde leeromgeving.
- Zelfstandig leren van in een ICT ondersteunde leeromgeving.
- Zoeken, verwerken en bewaren van informatie.
- ICT gebruiken bij het voorstellen van informatie.
- Communiceren van informatie aan anderen met behulp van ICT.
- Eigen ideeën creatief vormgeven met behulp van ICT.

De drie andere gebieden zijn niet minder belangrijk:

- Leren samenwerken en reflecteren met anderen.
- Apparatuur hanteren.
- ICT adequaat en verantwoord gebruiken.

### EEN VEELHEID AAN ZINVOLLE TOEPASSINGEN

ICT biedt de mogelijkheid om veel *informatie* op te slaan en snel toegankelijk te maken. De *zoekfuncties* van internetbrowsers bieden ons vele mogelijkheden. Informatie is in principe snel bereikbaar. Dat gebeurt onder meer via elektronische bibliotheken, met elektronische encyclopedische kennis ter beschikking, met woordenboeken en vertaalwoordenboeken, met databanken allerhande. Ook het gebruik van cd-roms en dvd's wordt gemeengoed. Van deze uitgebreide informatiebronnen zijn hoe langer hoe meer ook spin-offs ter beschikking specifiek gericht op het leerlingengebruik. Het *gericht samenbrengen van informatiebronnen* voor de leerlingen in een *leerplatform*, die toegankelijk worden met een *studiewijzer* of via een *webquest* is er een van.

Leerlingen leren ook specifieke ICT-middelen gebruiken. De eindtermen ICT wijzen op het verwerven van een ruim gamma aan mogelijkheden, zoals *tekstverwerking*, *rekenbladen* .... Leerlingen leren bijvoorbeeld voor hun taken, die al of niet vergezeld zijn van een *presentatie*, gebruik maken van deze ICT-middelen. Vraag blijft overigens of de leerlingen altijd moeten gebruik maken van ICT voor teksten en presentaties?

Hoe langer hoe meer zijn ook gebruiksvriendelijke *oefen- en trainingsprogramma's* ter beschikking. Ze laten toe de inoefening sterk te differentiëren en aan te passen aan het leertempo van de leerling. Daardoor wordt zowel de zwakkere als de sterkere leerling meer gericht aangesproken. Voordeel is dat hierbij vaak ook onmiddellijke en automatische *feedback* wordt gegenereerd. Zo kan men sneller op de bal spelen in het leerproces.

Het gebruik van ICT als hulpmiddel voor de leraar bij het verzamelen, verwerken en bewaren van *evaluatiemateriaal* over de leerlingen valt buiten het bestek van dit betoog. Toch kan dit een grote meerwaarde bieden bij de oriëntering van leerlingen. *Oriëntering* die belangrijk is om leerlingen op de juiste plaats te brengen in hun leerproces en bij hun studiekeuze. Het juist inschatten van de eigen mogelijkheden en uiteraard het afstemmen van de vorming op die mogelijkheden, ook in het ho, kan ook al heel wat 'studieproblemen met wiskunde voorkomen.

#### GEEN WEG TERUG

Het is dan ook een utopie te denken dat het so hier een stap terug kan zetten. Het enige perspectief is leerlingen de enorme mogelijkheden van ICT op een adequate en doelgerichte wijze te leren gebruiken. Het gaat er dus om hen doelmatig te leren zoeken, hen te leren de informatie kritisch te leren gebruiken en hen meteen ook te waarschuwen en efficiënt te leren omgaan met de mogelijke schadelijke gevolgen van virussen ... En misschien blijft het wel verstandig om ook de zinvolle mogelijkheden buiten ICT aan te bieden.

Een andere invloed van de informatisering is het gebruik van *communicatiemiddelen*. Ze liggen de leerlingen vaak veel beter in de hand dan hun leraren. Ook deze evolutie is niet meer terug te schroeven. Ze hebben een enorm impact op de communicatiemogelijkheden tussen leerlingen onderling. En dat roept bij sommige leraren de vrees op van de beheersbaarheid ervan bij taken en toetsen (fraude, afschrijven ... - alsof dat alleen van deze tijd is -). Het verbieden ervan biedt uiteraard geen soelaas, want is zeker niet afdwingbaar. Biedt het inspelen op *een grotere zelfverantwoordelijkheid voor het leren* en inzicht in het belang van de eigen verwerking binnen een leerproces niet een betere uitweg? Zo bestaan er al programma's die de leerstappen of de trainingstappen telkens gericht genereren en op de voet volgen, waarbij de leraar een terugblik krijgt op de leerweg, de foutenanalyse ... zodat hij gemakkelijker kan bijsturen door zijn feedback en eventueel een aangepaste planning. Wellicht moet nog meer werk gemaakt worden van dergelijke *zelfsturende* maar *controleerbare leeromgevingen*?

Het meer gehoorde standpunt uit het ho dat leerlingen (in wiskunde) niet met deze middelen moeten leren werken en dat de gebruikte middelen op niveau so onvoldoende sterk zijn om verder gebruikt te worden in het ho is dus niet vol te houden. Of men wil of niet, leerlingen leren met computer, rekenmachine, gsm ... omgaan. Voor een aantal situaties hebben ze daarin zelfs geen opleiding nodig om hoge toppen van gebruik te halen. Van niet begeleid zelfstandig leren gesproken! Als we dezelfde energie en motivatie weten aan te wenden voor een adequaat gebruik, dan zouden we zeker een eind verder staan.

Vanuit een erkenning van de basisvormende rol voor ICT in het so is ook hier een zinvol overleg met het ho noodzakelijk. De leerlingen kunnen op niveau so leren dat ze een toestel in zijn eigen taal moeten aanspreken. Leraren uit de eerste graad getuigen ervan hoe moeilijk het vaak is dat gebruik goed onder de knie te krijgen. Geleerd in de beperkte omgeving van een rekenmachine of beperkte so-software kan dit vrij snel veralgemeend worden in het ho voor softwaregebruik. De snelheid en de zelfstandigheid waarmee leerlingen achteraf op niveau ho blijkbaar een pakket kunnen verwerven is wellicht terug te voeren tot het gebruik van beperktere software op niveau so.

## ICT-GEBRUIK IN DE WISKUNDE – WISKUNDIGE OF DIDACTISCHE FUNCTIONALITEIT

Als we het ICT-gebruik in het algemeen accepteren, dan word je al snel geconfronteerd met ‘wiskundige’ probleempjes. In teksten moeten wiskundige symbolen worden ingebracht. Tekstverwerking biedt daarvoor de formule-editor of aangepaste software aan. Aanvankelijk moeilijker te gebruiken wiskundige tekstverwerkers krijgen een ‘eenvoudigere’ of toegankelijker versie, die door ieder kan gebruikt worden. Voor het ontwerpen van leermateriaal, oefeningen, toetsen ... is het invoegen van grafieken en diagrammen of van meetkundige figuren of statistische voorstellingen een noodzaak.

### WISKUNDIGE FUNCTIONALITEIT

De software voor grafieken, diagrammen, meetkundige figuren of statistische verwerking is vaak exclusief voor wiskunde ontworpen, met daarbij de faciliteit van invoegmogelijkheden in teksten. Die software heeft als ‘eerste doelstelling’ het voorstellen van figuren, diagrammen, grafieken ... zelf. Dit kan in de plaats komen van het bordwerk, het werken met transparanten .... We noemen dit de wiskundige functionaliteit van ICT. Een opsomming wordt een lange lijst.

Voorbeelden zijn:

- Het maken van grafieken van functies. Bijv. bij het bepalen van snijpunten, nulwaarden, extreme waarden ..., bij het voorstellen van een veelheid van functies om de invloed van een parameter te onderzoeken.
- Het uitvoeren van algebraïsche bewerkingen en het manipuleren (bijv. vereenvoudigen van algebraïsche uitdrukkingen, dus ook merkwaardige producten en ontbinden in factoren in functie van het vinden van nulpunten van functies).
- Het maken van tabellen en bijbehorende grafische voorstellingen (grafieken en diagrammen).
- Het verwerken van statistische gegevens.
- Het uitvoeren van meetkundige constructies en daaraan gekoppeld het dynamisch maken van meetkundige figuren.
- Het bepalen van meetkundige plaatsen en het snel variëren van de parameters daarbij, of het opstellen van de algebraïsche vergelijking in samenhang met onderzoek van de figuur.
- En wellicht nog te recent in de leerplannen ingebracht, het werken met regressie, het simuleren binnen dynamische systemen ...

Voor zeer vele situaties zijn al aangepaste applets uitgewerkt die heel illustratief zijn en die wellicht meer leerlingen brengen bij een betekenisvolle, inzichtelijke verwerking van wiskunde.

Ik denk dat we met dit onderdeel van ICT-gebruik het meest vertrouwd zijn. Zij het dat er nog vele niveaus zijn in dat gebruik bij de leraren.

### TO ICT OR NOT TO ICT

Wellicht maken we nog eens gebruik van de oude logaritmetafels als anekdotische of historische illustratie. Niemand zal nog de tijdsintensieve werkwijze met logaritmen via de tafels aanleren. De rekenmachine is hier ingeburgerd. We kunnen ons dus de vraag stellen of dit binnen afzienbare tijd ook het geval zal zijn voor de hiervoor aangehaalde toepassingen. Is het nog zinvol grafieken te gaan opstellen via de ‘lange’ weg van tekentabellen, eerste en tweede afgeleide ... als die hier voor het grijpen liggen in luttele seconden? De rekenmachine of software herleiden tot ‘een controlemoment’ kan mijns inziens de investering (zowel kostprijs als leertijd) niet verantwoorden en werkt blijkbaar niet echt motiverend.

Terecht moet de vraag gesteld worden of we de weg opmoeten van het vervangen van alle manuele werken door ICT? Is de vraag niet of het snel ter beschikking hebben van een grafiek via een machine voldoende inzicht brengt in wat functies en grafieken eigenlijk betekenen? En dat is toch te ‘echte’ wiskundedoel? *De wiskundedoelen van het nauwgezet onderzoeken van situaties, het betekenisvol gebrui-*

ken van concepten, het vinden van een 'exacte' oplossing, of het vaststellen van de verbanden tussen verschillende wiskundige concepten (zeg maar inzicht krijgen op het modelleren en mathematiseren van situaties) verantwoordt mijns inziens nog de lange opbouwende weg in het leerplan. Maar misschien moet dit niet voor alle leerlingen even uitgebreid?

Een eenvoudig voorbeeld. Een in het onderwijs veelgebruikte rekenmachine geeft met TRACE voor de functie  $f(x) = x^2 - 2$  na voorstelling geen haalbare benadering voor de nulwaarden. De solver geeft uiteraard de benaderingen 1,4142135623 en  $-1,4142135623$ , waarin een geoefend oog uiteraard de benadering van  $\sqrt{2}$  en  $-\sqrt{2}$  herkent. Het zou toch te gek zijn van leerlingen niet meer de 'exacte' oplossing aan te leren.

Het dynamisch onderzoeken van meetkundige figuren en/of grafieken kan wel honderden voorbeelden geven van dezelfde situatie (bijv. de hoogtelijnen van een driehoek gaan door een punt), maar veroorzaakt dat de conclusie tot eigenschap (bijv. leerlingen brengen wel eens aan dat dit punt binnen de driehoek ligt)? Dat soort inductief denken mogen we onze leerlingen toch niet meegeven?! Een verantwoording door een redenering blijft dus zinvol. Maar als we 'de redenering' tot doelstelling hebben, dan is een andere aanpak misschien wel mogelijk, bijvoorbeeld door te werken met zogenaamde 'lokale axiomatisering'. Dan kan ICT ons wel op het spoor brengen van eigenschappen (dit geldt in honderden gevallen, geldt dit ook algemeen?).

Uit beide voorbeelden voor functies en meetkunde volgt dat ICT in vele gevallen uit het so-bereik een belangrijkere rol kan spelen als *didactisch middel*, dan wel als feitelijk gereedschap dat de oplossing aanreikt. En hebben we hier niet meteen al een motivatie voor meer manueel werken? Maar ook hier geldt de opmerking dat als we er voor opteren meer realiteitsgebonden voorbeelden te bekijken in vraagstukken ..., we wellicht snel geconfronteerd worden met situaties waarin het berekenen van die exacte oplossing niet zinvol of niet haalbaar is. Daarom die exacte werkwijze in alle gevallen uitsluiten is even zinloos! Het komt er dus op aan leerlingen vertrouwd te maken met het verantwoord kiezen van de werkwijze, naargelang de situatie die zich aandient, en wellicht naargelang hun eigen intrinsieke mogelijkheden (geconcretiseerd in de studierichting die ze volgen?). Criteria hiervoor kunnen zijn: de eenvoud van de berekening, de vraag naar het exacte resultaat (bijv. in functie van een verder gebruik ervan), de doelstelling waarbinnen de opgave past (bijv. doel is een oplossing te vinden of doel is een toepassing op het algebraïsch rekenen), de beschikbaarheid en het beheersingsniveau van het wiskundig model, en dus ook de mogelijkheden van de leerlingen (bijv. te refereren aan de doelstellingen van het leerplan).

Het gebruik van ICT verplicht ons dus nog meer dan voorheen te werken aan *betekenisgeving*. Wiskundige concepten krijgen wellicht meer dan voorheen hun rol van model. Zo is het koppelen van afgeleiden aan modellen voor de mate van de toename van een functie en voor steilte, de mate van toename van de toename, ondertussen ingeburgerd.

Er zijn ook praktische bezwaren eigen aan het machinegebruik zelf.

Het gebruiken van rekenmachine of software vergt het omzetten van de situatie in *de taal van de machine*. Er komt dus een foutengenerator bij. We stellen vast dat leerlingen vaak nogal *kritiekloos* omgaan met de verkregen resultaten. De vraag naar het mogelijk zijn van resultaten is meestal gebonden aan een goed inzicht in de situatie, het wiskundig model .... Het gebruiken van een machine voor de berekening kan niet losgekoppeld worden van dat inzicht.

Een rekenmachine of software hanteert ook vaak *vooraf ingestelde standaarden*, bijv. een kijkvenster, en soms valt het wiskundig interessant gebeuren buiten het ingestelde venster. Een in onze beeldcultuur teveel gekoppeld zijn aan 'wat we niet zien, is er niet', leidt soms tot ernstige 'wiskundige' denkfouten. Het berekenen met de zakrekenmachine gaat meestal vlot met concrete voorbeelden, bijv. heeft  $f(x) = x^2 + 2x - 7$  snijpunten met de x-as, de vraag naar de nulwaarden dus? De veralgemenende vraag heeft  $f(x) = ax^2 + bx + c$  snijpunten met de x-as, kan vaak niet zomaar opgelost worden. *Het concrete gebruik van wiskunde laat ICT toe, het theorievormend aspect laat dit vaak niet toe.* Wie in de

vervolgloopbaan meer het theoretische aspect van wiskunde zal gebruiken, is misschien gebaat met voldoende vaardigheid in manueel werken?

We komen zo weer uit bij de vraag *wat we willen meegeven in de wiskundevorming, het gebruik in concrete situaties of het veralgemenend denken*. Kiezen we (ook) voor dat laatste dan kan ICT gebruik voor ondersteuning van begripsvorming, het op het spoor komen van veralgemening, maar dat gaat het veeleer om de didactische aanpak. Waarbij we moeten zorgen dat een goede abstrahering plaatsvindt. Dat wil zeggen dat er een onafhankelijkheid ontstaat van de gebruikte didactische middelen.

#### DIDACTISCHE FUNCTIONALITEIT

Voorgaande voorbeelden geven aan dat we wellicht meer moeten investeren in het didactische gebruik van ICT, dan wel in het inhoudelijk inzetten. In de literatuur wordt voor het didactische gebruik van ICT onderscheid gemaakt tussen het gebruik als gereedschap en het gebruik als leermiddel.

Bij *het gebruik als gereedschap* kun je eerst en vooral de *algemene inschakeling van de informatica* onderbrengen, zoals het gebruik van tekstverwerking ... met daarbij de formule-editor ... Daarnaast is er het specifieke gebruik binnen wiskundige inhoud. Men gebruikt dan ICT als *een middel om de min of meer routineuze handelingen* te laten uitvoeren. Typische voorbeelden zijn berekeningen en grafieken.

Leerlingen laten zich nogal eens verleiden tot blindelings geloof in de machine. Ze gebruiken ze ook als de eenvoud van het rekenwerk niet echt de inzet ervan vergt. Goede afspraken over het gebruik zijn dus een noodzaak. We pleiten voor een gebruik in die gevallen *waar het handmatige te moeilijk is of zelfs te kort schiet*. Denk hierbij aan het gebruik van 'realistische getallen' in vergelijkingen. Meteen stellen we dat leerlingen een 'normale' vergelijking nog manueel moet kunnen oplossen.

We verwijzen niet zonder overdreven heimwee naar de tijd toen een grafiek eerst na een lang zwoegproces via tekentabel, eerste afgeleide en tweede afgeleide op papier konden worden gezet. Er gaan heel wat stemmen op dat elke leerling met enige wiskunde in de vingers dit inderdaad nog moet kunnen. Ik onderschrijf die visie. Maar wel als onderbouw van het inzicht in hoe de functionele analyse via afgeleiden ... werkt (bijv. hoe kom je aan de exacte waarde van een extremum). Daartegenover staat dat bij het oplossen van vraagstukken, waarbij het gewicht van de vraag niet ligt bij de functieanalyse op zich, maar wel op het mathematiseren en het interpreteren van de verkregen wiskundige oplossing, het misschien niet zo zinvol is om nog een half uur of langer te besteden aan het lange functieonderzoek. Ook die visie onderschrijf ik volledig. Het is dus een kwestie van de doelstelling die men op dat moment nastreeft.

Bij *het gebruik als leermiddel* wordt nog een verdere onderverdeling gemaakt in het gebruik als didactisch middel bij de begripsvorming en het gebruik binnen oefening en training.

*Het gebruik als middel bij begripsvorming* is wellicht voldoende bekend vanuit het gebruik van meetkundesoftware met het dynamisch verslepen van figuren. Leerlingen krijgen de mogelijkheid, eventueel va voorbereide leersituaties met schuifbalken, situaties te onderzoeken en op het spoor van invarianties en (kenmerkende) eigenschappen te komen. Bij functieonderzoek is het variëren van bepaalde parameters bekend om inzicht te verwerven in de betekenis ervan. Voor begrippen als afgeleiden en integralen zijn al heel wat goede illustratieve applets voorhanden. Doel is een begrip of een eigenschap inzichtelijk te verwerken door een veelheid van voorbeelden en eventueel tegenvoorbeelden, uitzonderingssituaties ...

Hier kan wellicht het besluit geformuleerd worden dat deze didactische functie al ruim verspreid is. Toch geldt de al eerder gemaakte opmerking. Net zoals in elk leerproces moet het proces van abstrahering en explicitering ervoor zorgen dat de leerling uiteindelijk loskomt van de specificiteit van voorbeelden. Een controle (in het leergesprek) dat de leerling het juiste leerproces doormaakt blijft belangrijk.

*Het gebruik als oefenmiddel* is mijns inziens in Vlaanderen maar traag op gang gekomen. Toch meen ik dat het de moeite loont hierin te investeren omdat hier goede mogelijkheden liggen tot differentiatie van het leerproces, en dus een beter aansluiten bij wat de individuele leerling echt nodig heeft aan oe-

fenkansen. Op deze wijze kunnen op het beheersingsniveau afgestemde oefeningen aangeboden worden en via extra motivatie van de leerling ook in 'onbepaalde' mate. Computers kunnen een veelheid aan gevarieerde oefeningen genereren. Oefenpakketen kunnen voorzien worden van een evaluerende of een diagnostische mogelijkheid, met daaraan gekoppeld de nodige foutenanalyse en objectieve feedback voor de leerling. Overigens komt hierdoor meer tijd vrij voor de leraar om zich op de opvolging van leerlingen met problemen toe te leggen.

#### USE TO LEARN

Hebben we al heel wat ervaring met het gebruiken van ICT-toepassingen, uit het voorgaande blijkt dat de didactische inzet van ICT middelen een meerwaarde kan betekenen voor het wiskundig leerproces. In hun rapport 'Rijk aan betekenis' maakte de Nederlandse vernieuwingscommissie CTWO ook een onderscheid tussen het 'learn to use' en het 'use to learn', met een *duidelijke aanbeveling* voor het gebruik van ICT *als leermiddel* (de tekst suggereert ook de optie 'learn how to use', die een zinvolle en adequate keuze van het al of niet gebruik inhoudt).

ICT kan geen wiskundedoel op zich worden. Of sterker uitgedrukt: het is geen wiskundedoel op zich een rekenmachine of software te leren gebruiken (bijv. alle knopjes of alle mogelijkheden van een pakket leren gebruiken). ICT moet het wiskundig leerproces ondersteunen en versterken door een ruimere begripsonderbouw, door een betere en bredere betekenisgeving, door een complexere of meer realistische aanpak van problemen en concept- en modelvorming. ICT kan het leerproces versterken doordat leerlingen geconfronteerd worden met de juiste en voldoende oefeningen net binnen of boven de grens van hun beheersingsniveau, waardoor dat rustig maar systematisch kan verlegd worden. Door terugkoppeling wordt de leerling geconfronteerd met het eigen leerproces en verhoogt wellicht de betrokkenheid en de eigen verantwoordelijkheid. Dat kan ook door dat het ICT-materiaal zo uitgebreid is dat eigen initiatief tot oefenen en zelfevaluatie van de vordering door ingebouwde zelftoetsen mogelijk wordt.

In het voornoemde advies geeft de CTWO verder nog aan dat "bij het gebruik van ICT als rekengereedschap het zaak is ervoor te zorgen dat dit de ontwikkeling en het onderhoud van de basisvaardigheden niet in de weg staat". We kunnen ons hierbij aansluiten. In het voorgaande hebben we al voorbeelden gegeven van hoe ICT niet in de plaats kan komen van de basisvaardigheden binnen wiskunde. We gaan hierop verder in.

## BASISVAARDIGHEDEN

Bij de term *basisvaardigheden* wordt meestal gedacht aan rekenvaardigheden. Dit is mijns inziens onterecht, maar daar besteed ik nog even aandacht aan bij het einde van dit betoog.

De term basisvaardigheden wordt meestal (met enige verontwaardiging) gebruikt in de situatie van het ontbreken eraan of ze onvoldoende verwerkt hebben. 'Dat zijn toch basisvaardigheden!' Aanvankelijk ging het over een moeizame algebraïsche rekenvaardigheid (overigens van alle tijden als ik me de donderpreken van mijn leraren herinner – weliswaar bestemd voor anderen -), maar nu steeds meer over de gewone rekenvaardigheid met getallen en het getalinzicht.

Het heeft geen zin de terugloop van de (algebraïsche) rekenvaardigheid te ontkennen. Nogal wat leraren so zijn daarover zeer bezorgd! Het heeft dus geen zin hierover culpabiliserend te spreken. Het probleem is bekend, maar de oplossing is niet evident 'nog meer oefening'. In haar bevraging van 2004 over het leerplan eerste graad heeft de begeleiding dit al ruim gedetecteerd. Daarop volgde een twee jaar durende nascholing over de actualisering van het leerplan, met als een van de voornaamste doelen het recht-trekken van rekenvaardigheid. Dit leidde ten slotte tot een herwerken van het leerplan eerste graad, met meer gerichte aandacht voor rekenvaardigheid. Alleen een dergelijke, gestructureerde aanpak kan resultaten afleveren. In die aanpak is er wel meer aandacht voor geleidelijkheid en spreiding van de rekenproblemen (dus niet alle problemen te snel na elkaar en rustige getrapte, maar herhaalde en volgehouden inoefening) en in een opklimmend niveau van beheersing. (Vandaar de slogan 'vlotheid voor complexiteit'.) Het moet gezegd dat ICT ondersteuning met trainingsprogramma's hier heel wel gekomen is!

Ook is enige realiteitszin verantwoord. Slechts 20 % van de leerlingen komt in de derde graad terecht in zogenaamd wiskundig sterke studierichtingen.

- Let wel, er blijken nogal wat studenten bij de universitaire studiekeuze alsnog de switch naar sterkere wiskundeonderbouw te maken. Een probleem met de flexibiliteit van de diploma's? Een betere studiekeuzebegeleiding, maar ook een beter inschrijvingsbeleid kan hier wellicht helpen. Er gaan stemmen op om een deel van de complementaire lestijden te besteden aan een alsnog voorbereiden van die switch. En in een aantal faculteiten wordt een inspanning gedaan om de studenten die niet de verwachte vooropleiding hebben gevolgd, op een gedifferentieerde wijze op te vangen. Zo wordt de opvang van de flexibilisering gespreid naar ieders vermogen. -

Heeft het zin de (algebraïsche) rekenvaardigheid op lager niveau op te voeren en af te dwingen voor leerlingen die daarvan toch weinig of geen gebruik zullen maken in hun vervolgstudie. In het voorgaande is al aangetoond dat er in de wiskundevorming voldoende alternatieven mogelijk zijn met belangrijk impact op de 'algemene vorming'. - Die kaas mogen we toch niet zomaar van ons brood laten halen! - Wel pleiten we voor een verhoging van de aandacht voor de manuele rekenvaardigheid in de oriëntering van de leerlingen. In feite zouden we hier een soort van standaardnormering moeten kunnen aangeven: wat is onontbeerlijk voor een normale doorstroming in welke studierichting. Maar daarvoor is het noodzakelijk in het gezamenlijke overleg so-ho vast te stellen waar die norm gelegd moet worden in functie van een redelijke kans op doorstroming en rekening houdend met de intrinsieke motivatie en de bijsturing die voor leerlingen mogelijk blijkt te zijn na een definitieve studiekeuze. Oriëntering blijkt echter het zwakke punt te zijn, want die is niet afdwingbaar (en wellicht maar goed ook). En vaak wordt een gebrek aan rekenvaardigheid gecompenseerd door andere kennis en vaardigheden, zodat die rekenvaardigheid in de praktijk op deliberaties nauwelijks een drempel kan zijn.

Vandaar een pleidooi om van basisrekenvaardigheid geen 'case' te maken. Veeleer is het belangrijk om uit te maken welke rekenvaardigheid echt onontbeerlijk is en die op de groeiweg van leerlingen voortdurend te onderhouden. Beter dan te klagen over een gebrek aan vaardigheid kan men gericht problemen opvangen. De leerplanherziening in de eerste graad is daartoe al een aanzet. Meteen is dit een pleidooi voor het gebruik van al bestaande en de verdere ontwikkeling van software en oefenomgevingen die

leerlingen hierbij kunnen aanwenden. Laat T<sup>3</sup> werk maken van voldoende informatie over dergelijke software. Laat uitgeverijen ook investeren in het uitwerken van dergelijk ondersteunend leer materiaal.

Een poging om een ophijsting te maken werd gedaan door drie begeleiders in voorbereiding op het soho-overleg. Je vindt de ophijsting in bijlage 2. We harnemen hier ter illustratie slechts enkele items uit die lijst (voor meer details verwijzen we naar de bijlage).

Voor alle leerlingen in aso/ kso/tso met minstens 3 uur wiskunde:

- Vlot rekenen met getallen, met inbegrip van breuken (optellen, vermenigvuldigen, delen, vereenvoudigen)
- Hoofdrekenen, grootteorde schatten, flexibel rekenen, eenvoudig rekenmachinegebruik
- Rekenen met machten en eenvoudige wortelvormen
- Eenvoudige vergelijkingen van de 1<sup>ste</sup> graad in x, ongelijkheden van de 1<sup>ste</sup> graad in x grafisch oplossen
- Eenvoudige vierkantsvergelijkingen oplossen
- Eenvoudige stelsels van 2 vergelijkingen van de 1<sup>ste</sup> graad met 2 onbekenden oplossen (niet alle methoden)
- Vergelijking van een rechte opstellen en grafisch voorstellen
- Grafieken van 1<sup>ste</sup> en 2<sup>de</sup> graadsfuncties interpreteren
- Grafisch onderzoek van exponentiële en logaritmische functies uitvoeren
- Afgeleide en eenvoudige integralen van veeltermfuncties berekenen
- Relaties tussen goniometrische getallen (sin, cos, tan) kennen, kunnen gebruiken en op de goniometrische cirkel kunnen aanduiden (ook de kwadranten en tekens) en de formules van goniometrische getallen van verwante hoeken kennen en kunnen gebruiken
- De formules voor sin, cos en tan in rechthoekige driehoeken kennen en gebruiken

Bijkomend voor leerlingen in aso/tso/kso met minstens 6 uur wiskunde:

- Rekenen met eenvoudige wortelvormen, beperkt rekenen met n-de machtswortels en met gebroken exponenten
- De som-, verschilformules (cos, sin, tan) kennen en kunnen gebruiken
- De cosinus- en sinusregel kennen en gebruiken
- Binomium van Newton kennen en gebruiken
- De methode van Gauss-Jordan kennen om stelsels te kunnen bespreken
- De voorstelling van een complex getal, grafisch, algebraïsch en goniometrisch, kennen en rekenen met complexe getallen
- Scailair product van vectoren kennen en gebruiken
- Logaritme kennen en de rekenregels kunnen toepassen
- Logaritmische en exponentiële functie, verband kennen, kunnen voorstellen; bijzonderheden gebruiken
- Grafieken van functies interpreteren
- Eenvoudige limieten en rekenregels (geval  $\frac{0}{0}$  en geval  $\frac{r}{0}$  met  $r \neq 0$ ) kennen en gebruiken i.f.v. asymptoten
- Eenvoudige afgeleiden kunnen berekenen en rekenregels (som, product, quotiënt, goniometrische en K cyclometrische) gebruiken
- Integratietechnieken (splitsen, eenvoudige substitutie (arcsin, arctan (indien cyclometrische f gekend), eenvoudige goniometrische), partiële integratie kunnen gebruiken

Dit lijkt me een aanvaardbare en niet onaanzienlijke toolbox te zijn. Wel is de opmerking nodig dat in sommige studierichtingen een aantal van deze dingen maar (kunnen) uitgewerkt worden tot op een eerste beheersingsniveau. We vragen daarvoor begrip en respect van het ho. Gecombineerde oefeningen over verschillende items moeten daarbij aangezien worden als van een hoger beheersingsniveau. De filosofie daarachter is dat we eerder proberen de leerlingen de lagere niveaus vlot te laten beheersen. We weten ook wel dat gecombineerde oefeningen wiskundig leuker zijn, maar die worden dus meestal maar aangeboden aan wiskundig sterkere leerlingen.

Even belangrijk als de voorgaande ophijsting is die van wat leerlingen allemaal wel kennen en kunnen. Zo denken we dat leerlingen sterker zijn in het gebruiken en herkennen van concepten (bijv. de soorten functies koppelen aan context- en dus ook probleemsituaties), in het (grafisch) interpreteren van resultaten, in het inzicht in verbanden tussen functies ....

De verenging van basisvaardigheden tot rekenvaardigheden is onzes inziens onterecht.

Er zijn ook

- taalvaardigheid
  - het omgaan met zowel de omgangstaal, als de specifieke vaktaal, waarbij een sterke formalisering en symbolisering kenmerkend is
  - het 'vertalen' gekoppeld aan mathematiseren en demathematiseren, bijv. bij het oplossen van problemen binnen en buiten de wiskunde
  - het gebruiken van de specifieke visuele taal van tekeningen en wiskundige voorstellingen
  - het vertalen en gebruiken van de taal van de machine bij ICT-gebruik
- redeneervaardigheid
  - abstraheren bij begripsvorming, een vermoeden leren formuleren, veralgemenen, analyseren, synthetiseren, structureren, ordenen, analoog werken, argumenteren, bewijzen
  - aandacht aan de verschillende fasen van het opbouwen van een redenering of een bewijs
- probleemoplossende vaardigheid,
  - vaardigheid verwerven in het zelfstandig stellen en oplossen van problemen met aandacht aan een goede probleemstelling, het analyseren en/of het mathematiseren, het hanteren van zoekstrategieën of heuristische methoden, het uitschrijven van een oplossing of het berekenen van het resultaat (eventueel met ICT) of het uitschrijven van een verklaring, het maken van een realiteitsproef en het formuleren van een antwoord
- onderzoeksvaardigheid
  - een onderzoeksopdracht begint met het uitklaren van de onderzoeksvraag
  - een onderzoeksopdracht opsplitsen in deelvragen (wie, wat, waar, wanneer, waarom, hoe, welke, waarmee, waartoe, ...)
  - het verzamelen van informatie, het uitvoeren van 'onderzoekjes' (eventueel met ICT ondersteuning)
- leervaardigheid
  - aandacht voor het zelfstandig leren van leerlingen
  - leren systematisch reflectie inbouwen bij het uitvoeren van opdrachten (ook bij ICT-gebruik) en op de wijze waarop het proces verlopen is
  - d.w.z. zich bewust worden van de essentiële elementen, de goede ervaringen en de problemen, alternatieven formuleren en selecteren

Ook de hier beschreven vaardigheden behoren mijns inziens tot de basisvaardigheden die moeten gerealiseerd worden in de wiskundevorming. Wiskundevorming is dus veel rijker dan het aanleren van rekenvaardigheid. En zoals eerder bepleit, valt hier de functie op van ICT: een geïntegreerd gebruiken om wiskundedoelen te bereiken.

Zonder dit als alibi te gebruiken voor eventuele problemen met rekenvaardigheid, wil ik toch het vermoeden aangeven dat binnen deze onderdelen met de leerlingen wellicht meer bereikt wordt dan tevoren? En mag ik pleiten om dit naar waarde te schatten en zeker te kunnen behouden. Laten we deze belangrijke bijdrage van wiskunde tot de ontwikkeling niet uit handen geven. Ze garanderen ons een verantwoorde plaats in het vormingsaanbod ook binnen een veranderend vormingsparadigma. Verenigen van wiskunde tot het rekenaanbod kan ons alleen nog meer lestijden kosten. Want elke 'weldenkende mens' ziet hiervoor een volwaardig alternatief, de rekenmachine, en begrijpt onze weerstand daartegen niet. Laten we dus werk maken van een zinvolle integratie van ICT in onze aanpak, en dan vooral als didactische ondersteuning. En laten we het engagement aangaan de (voornoemde) basisvaardigheden op een behoorlijk functioneel na te streven.

Moge dit betoog een bijdrage geweest zijn in het onderscheiden van zowel het belang van ICT en het belang van de basisvaardigheden.

## BIJLAGE 1 WISKUNDIGE COMPETENTIES (VVKSO-LEERPLAN WISKUNDE EERSTE GRAAD P.11 E.V.)

Wiskundige competenties bezitten, duidt op het vermogen van een individu om wiskunde te begrijpen, te gebruiken en te beoordelen in een breed gamma van contexten. Externe contexten zijn situaties uit de leefwereld, waarin wiskunde gebruikt wordt voor het beschrijven, het verklaren, het beheren ... Meteen is duidelijk dat iemand wiskundige competenties kan bezitten op een beperkt extern terrein (bijv. binnen een bepaalde soort toepassing). Ook de wiskunde zelf kan context aanreiken om het proces van onderzoeken, beschrijven en/of verklaren te ontwikkelen.

Wiskundig competent zijn, betekent *beschikken over wiskundige kennis, vaardigheden, houdingen en opvattingen, en zo dat die optimaal kunnen gebruikt worden bij het aanpakken en oplossen van problemen binnen en buiten de wiskunde of waarbij wiskunde een rol speelt.*

De wiskundige competenties worden in dit deel geconcretiseerd tegen de achtergrond van de wiskundevorming in de eerste graad door ze te verbinden aan wiskundige activiteiten.

### WISKUNDIG DENKEN

Concretisering in wiskundige activiteiten:

- Leerlingen kunnen *wiskundige vragen stellen*:
  - kwantitatieve vragen  
(vragen naar een hoeveelheid, een aantal, een resultaat van een bewerking ...);
  - kwalitatieve vragen  
(vragen naar een onderlinge relatie of onderlinge ligging, naar een functioneel verband zoals rechtevenredig zijn, naar een beoordeling van een resultaat, een vermoeden of een bewering, naar het waarom van de voorgestelde oplossing).
- Leerlingen weten *welk type van antwoorden bij welk type van vragen hoort* (beweringen, bewerkingen). Ze maken *onderscheid tussen verschillende wiskundige omschrijvingen* (voorbeelden, definities, eigenschappen, vermoedens, hypothesen, veronderstellingen, aannames al of niet geconditioneerd door situaties). Ze kunnen de (wiskundige) waarde van een antwoord inschatten (een voorbeeld weegt niet zo sterk als een eigenschap, een tegenvoorbeeld heeft wel bewijskracht).
- Leerlingen hebben *inzicht in het proces* van wiskundige conceptvorming (zowel bij het opbouwen van begrippen, als bij het onderzoeken en formuleren van eigenschappen, regels, algoritmen, methoden). Ze kennen de mogelijkheden en beperkingen, die bij de concepten horen en kunnen die hanteren (bijv. delen door nul kan niet, bij de aftrekking mag je aftrektal en aftrekker niet van plaats verwisselen).
- Leerlingen hebben *inzicht in het opbouwen van concepten vanuit veralgemening van onderzochte situaties* (voorbeelden en tegenvoorbeelden). Ze kunnen concepten concretiseren in een bepaalde context. Ze stellen zich de vraag of een concept ruimer toepasbaar is dan de concrete situatie waaruit het is opgebouwd.
- Leerlingen beschikken over hanteerbare denkschema's, waardoor ze vlot kunnen omgaan met *de interne samenhang* van hun wiskundige kennis.

### WISKUNDIG PROBLEMEN AANPAKKEN EN OPlossen

Concretisering in wiskundige activiteiten:

- De leerlingen kunnen (en durven) verschillende soorten (wiskundige) *problemen stellen* (toegepaste problemen, zuiver wiskundige problemen, open en gesloten probleemsituaties). Ze gebruiken wiskundige kennis en vaardigheden bij het analyseren van situaties en het afbakenen van de probleemstelling.
- Leerlingen kunnen problemen oplossen met *het gebruik van heuristiek*:
  - *een tekening of een schets maken* om de situatie en de samenhang te verduidelijken;
  - *een (werk)hypothese of vermoeden formuleren*, al enigszins rekening houdend met de vastgestelde wiskundige relaties;
  - het probleem onderzoeken voor *bijzondere gevallen* (bijv. randvoorwaarden); een vermoeden een eerste maal toetsen met behulp van getalenvoorbeelden;
  - *een patroon of symmetrie zoeken* in de situatie (bijv. bij bewerkingen, bij reeksen gegevens, bij figuren);

- *ontbrekende informatie* opzoeken;
- *de omgekeerde redenering* opzetten (bijv. van achter naar voor werken);
- het probleem *herformuleren*; bijv. eerst een gemakkelijker (equivalent) probleem oplossen;
- een probleem *opsplitsen in deelproblemen*; bijv. door in een situatie, gegeven met een formule, een van de veranderlijken constant te houden.
- De leerlingen kunnen verschillende *oplossingswijzen* (ook van anderen) *vergelijken* en bespreken, bijv. met oog voor eenvoud, effectiviteit, een brede toepasbaarheid, de mogelijke veralgemening of algoritmisering, de elegantie van de oplossing ...
- De leerlingen kunnen evenwichtig omgaan met kritische overwegingen bij een oplossing die ze voorstellen.

#### WISKUNDIG MODELLEREN

Concretisering in wiskundige activiteiten:

- De leerlingen kunnen *wiskundige modellen gebruiken* in een bepaalde context. Ze kunnen bij het analyseren en het structureren van een situatie een gekend wiskundig model herkennen en de situatie daarmee wiskundig beschrijven (mathematiseren).

##### Voorbeelden

- bewerkingen, evenredigheden, vergelijkingen, (later stelsels, functies);
- onderlinge ligging van punten en rechten;
- meetkundige situaties waarin lengten van lijnstukken, hoekgrootte, vorm, congruentie, symmetrie, ruimte ... een rol spelen;
- statistische maten, diagrammen, grafieken.
- Ze kunnen omgekeerd een wiskundig model, of de resultaten die ermee verworven zijn, *interpreteren en terugkoppelen* naar de context (demathematiseren).
- Ze kunnen de technische handelingen in een (gekend) model effectief uitvoeren (bijv. *berekeningen maken, vergelijkingen oplossen*).
- De leerlingen ontwikkelen het vermogen om *een bestaand wiskundig model te onderzoeken*, te begrijpen, het toe te passen, de werking ervan te controleren en de toepasbaarheid kritisch te bespreken. Ze kennen de beperkingen van modellen en kunnen die inbrengen in het proces als nodig (bijv. een vergelijking heeft niet altijd een oplossing).
- *Ze reflecteren op het gebruik van modellen* en de modelvorming zelf. Ze kunnen het gebruik en het misbruik van modellen bespreken (bijv. grafieken, diagrammen in de media).

#### WISKUNDIG ARGUMENTEREN

Concretisering in wiskundige activiteiten:

- De leerlingen kunnen *een gegeven argumentering begrijpen en evalueren*.
- De leerlingen kunnen *wiskundige argumenten geven, heuristisch gebruiken*, formeel en niet-formele argumenten onderscheiden en een meer intuïtieve redenering ombuigen tot een onderbouwde verklaring.
- De leerlingen *begrijpen wat wiskundig bewijzen betekent* en hoe deze redeneringen te onderscheiden zijn van andere vormen van wiskundig redeneren (bijv. door middel van heuristiek).
- Ze kunnen omgaan met de vaagheid van een informele redenering, maar die specificeren als daartoe de noodzaak ontstaat.
- Ze kunnen evenwichtig omgaan met kritische overwegingen bij een opgestelde redenering.

### WISKUNDIGE VOORSTELLINGEN MAKEN

Concretisering in wiskundige activiteiten:

- De leerlingen kunnen *onderscheid maken tussen verschillende voorstellingen* (representaties) van wiskundige objecten en situaties (bijv. tabelvorm, diagram, grafiek, formule). Ze kunnen die correct interpreteren en de onderlinge verbanden aangeven tussen de voorstellingen.
- De leerlingen *maken gebruik van verschillende wiskundige voorstellingen*, naargelang van de situatie of het doel, maar ook in functie van de wiskundige mogelijkheden van de representatie.

*Voorbeelden*

- de vorm kiezen waarin gegevens worden voorgesteld (tabel, grafiek, diagram);
- een schets, een tekening of een constructie gebruiken naargelang de noodzaak;
- weten welke informatie kan verloren gaan bij gebruik van tabellen, diagrammen, een gemiddelde of een mediaan;
- weten welke informatie kan verloren gaan bij het voorstellen van een ruimtelijke situatie in een vlakke figuur.

### WISKUNDIGE TAAL HANTEREN (O.M. SYMBOLEN, FORMELE TAAL)

Concretisering in wiskundige activiteiten:

- De leerlingen kunnen *taalvaardigheden* hanteren uit de dagelijkse taal (*lezen, schrijven, luisteren, spreken*).

*Voorbeelden*

- bij het analyseren van opdrachten en probleemsituaties;
- bij het verwoorden van wiskundige situaties;
- bij het beantwoorden van gestelde vragen.

- De leerlingen kunnen de *grafische taal* hanteren eigen aan de wiskunde.

*Voorbeelden*

- meetkundige voorstellingen en constructies;
- ruimtelijke voorstellingen met hun beperkingen (tot twee dimensies);
- grafieken en diagrammen.

- De leerlingen kunnen *symbolische, formele en (reken)technische taal* van de wiskunde zelf hanteren. Ze hanteren wiskundetaal met nauwkeurigheid al naargelang de situatie dat vereist. In het bijzonder kunnen ze symbolen begrijpen en correct verwoorden.
- De leerlingen kunnen *gewone taal vertalen* naar een meer symbolische en formele wiskundetaal en omgekeerd. Ze kunnen *de visuele taal* van beeld en tekeningen vertalen naar gewone taal en omgekeerd. In het bijzonder hanteren ze *letters als onbekenden, in veralgemeningen, in formules en als veranderlijken*.
- Ze hanteren een *correcte terminologie* in verband met begrippen (definities), eigenschappen, stellingen ...

### WISKUNDIG COMMUNICEREN

Concretisering in wiskundige activiteiten:

- De leerlingen kunnen *communiceren over hun wiskundige aanpak*, hun wiskundig denken verwoorden, mondeling en schriftelijk (in gewone taal, in wiskundetaal en in visuele, grafische taal).
- De leerlingen kunnen *een wiskundige redenering* van anderen *begrijpen*, zowel als de informatie mondeling, schriftelijk als visueel gepresenteerd wordt.

### HULPBRONNEN EN HULPMIDDELEN GEBRUIKEN

Concretisering in wiskundige activiteiten:

- De leerlingen kunnen in externe bronnen (bijv. internet) *datagegevens* (contextinformatie) *opzoeken* in functie van het oplossen van een gesteld probleem.
- De leerlingen *gebruiken verschillende hulpmiddelen* die wiskundige activiteiten ondersteunen.

#### *Voorbeelden*

- *een rekenmachine* (ook de handleiding);
- *bepaalde softwaretoepassingen* (ook de handleiding en de werkkaarten);
  - voor berekeningen;
  - voor voorstellingen (meetkundesoftware, diagrammen en grafieken);
  - voor het opzoeken, het bewaren en het uitwisselen van informatie (cf. begeleid zelfstandig leren, elektronisch leerplatform);
  - voor training en remediëring;
- *een vademecum of een formularium*.
- De leerlingen kennen de *bepalingen* van hulpmiddelen. Ze kunnen *kritisch omgaan met de informatie* verkregen met behulp van hulpbronnen en hulpmiddelen (bijv. kritisch omgaan met een resultaat van een rekenmachine).

#### *Competentieontwikkeling, een werk van lange adem*

De wiskundevorming streeft ernaar de fundamentele competenties bij alle leerlingen te ontwikkelen. De ontwikkeling ervan is een opdracht voor het geheel van de vorming (basisonderwijs en secundair onderwijs). Naargelang de keuze die de leerlingen (zullen) maken voor wiskunde, zal competentieontwikkeling met wiskunde al of niet uitgebreider aan bod komen. In de eerste graad kan hiervoor al een belangrijke aanzet gegeven worden. Omdat de klassgroepen meestal heterogeen zijn samengesteld, zal een evenwicht gezocht worden tussen verwachtingen, mogelijkheden en kansen, waarbij alle leerlingen tot hun recht komen. Dat kan bijvoorbeeld in functie van de keuze die leerlingen al of niet willen maken voor wiskunde of in functie van de wiskundige onderbouw die nodig is voor hun vervolgstudie.

Noodzakelijk voor wiskundige competenties is het bezitten van *een goed georganiseerde basiskennis wiskunde en een aantal technische vaardigheden* (zoals bijv. reken-, meet- en tekenvaardigheid). Ze zijn noodzakelijk maar als geïsoleerde kennis of vaardigheid volstaan ze niet. Ze moeten geïntegreerd ingezet kunnen worden. Toch is het zinvol bij voorbaat het belang van deze basiskennis te onderkennen. Als ze niet aanwezig is, zal ook de competentie niet aanwezig kunnen zijn. Dit verantwoordt echter niet het geïsoleerd werken aan kennisverwerving. Kennis wordt beter verworven doorheen *een actief leerproces*.

Inzicht in de ontwikkeling van competenties geeft aan dat dit maar kan in een geleidelijk ontwikkelingsproces met een groeiend beheersingsniveau in een competentie (kennis, vaardigheid, attitude). Verschillende elementen kunnen op verschillende beheersingsniveaus aanwezig zijn. Zo zullen bepaalde onderdelen voorkomen op verkenningniveau (als lerende), andere al op een hoger wiskundig niveau (als geroutineerd gebruiker) of op een formeel niveau (als professional of expert).

#### *Voorbeelden*

- Rekenvaardigheid met getallen (hoofdrekenen, handmatig rekenen, schatten en gebruik rekenmachine) zou in de eerste graad op het expertniveau moeten aanwezig zijn.
- Bewijsvaardigheid zal in de eerste graad nog volop op verkenningniveau functioneren.
- Bepaalde begrippen worden in de basisschool op gebruikersniveau ontwikkeld (bijv. vierkant, rechthoek, diagram, grafiek). Als deze begrippen in de verdere wiskundevorming meer formeel moeten functioneren, volstaat een dergelijke benadering niet en moet een bruikbare definitie gegeven worden.

**Welke basisvaardigheden verwachten we en op welk niveau?**

Bron: "Rijk aan betekenis, visie op vernieuwd wiskundeonderwijs". Uitgave: commissie Toekomst WiskundeOnderwijs, Utrecht.

*Wiskunde is van belang voor elke leerling omwille van de historische en culturele waarde, omwille van haar maatschappelijke relevantie en omwille van de ontplooiingskansen die wiskunde biedt.*

Vaardigheden kan men maar verwerven als er eerst een goede kennisbasis is verworven! Als alleen de nadruk ligt op toepassingen in het wiskundig leerproces dan leidt dit tot slecht toepasbare wiskunde. Als de onderliggende abstractie ontbreekt, blijft de transfer naar andere toegepaste situaties achterwege.

Uiteraard moet rekening gehouden worden met de doelgroep en de aard van het wiskundevak. Er moet aandacht besteed worden aan leerlijnen doorheen het wiskundeonderwijs. **Vandaar blijft differentiëren een noodzaak. Dit zal een betere aansluiting zowel in het so als in het ho bevorderen.**

Het so heeft zijn eigen doelstellingen.

- Wiskunde is dragend vak voor de vorming van de 6/8 uurs-leerling. In die vorming worden de verschillende aspecten van kennis, vaardigheden, attitudes en opvattingen geïntegreerd. De wiskunde zelf biedt voor deze leerling context aan om het proces van onderzoeken, beschrijven en/of verklaren te ontwikkelen. De student die in so voor 6/8 uur wiskunde kiest en daarna voor een wetenschappelijke richting (master; wetenschappen, ingenieur, wiskunde) in ho moet **wiskundig competent** zijn. D.w.z. beschikken over wiskundige kennis, vaardigheden, houdingen en opvattingen en zo dat die optimaal kunnen gebruikt worden bij het aanpakken en oplossen van problemen binnen de wiskunde of waarbij wiskunde een rol speelt. We hebben het hier over een achttal wiskundige competenties die terug te vinden zijn in de vakliteratuur: wiskundig denken, wiskundig problemen aanpakken en oplossen, wiskundig modelleren, wiskundig argumenteren, wiskundige voorstellingen maken, wiskundige taal hanteren (o.a. symbolen, formele taal), wiskundig communiceren, hulpbronnen en hulpmiddelen gebruiken.
- Een andere groep leerlingen (met minder dan 6/8 uur wiskunde in de 3<sup>de</sup> graad) heeft na de eerste graad of tweede graad gekozen voor een verdere basisvorming waarbij wiskunde hoofdzakelijk als ondersteunend vakgebied aan bod is gekomen. (Bron leerplan 1<sup>ste</sup> graad p. 10 e.v.).

**Kernconcepten voor de sterke wiskunderichtingen in so:**GETAL

Inzicht in de opbouw van het getalsysteem: natuurlijke getallen, gehele getallen, rationale getallen, reële getallen, complexe getallen (alleen 6/8 uur) in samenhang met bewerkingen. Kunnen rekenen met breuken en verhoudingen (procenten, driehoeksmeting). Kunnen rekenen met matrices (t.e.m. stelsels oplossen).

Slechts door een BEPERKTE groep leerlingen gekend (dus misschien niet voor alle 6/8 uurs en zeker niet voor minder dan 6 uur):

- Priemgetal
- Getaltheorie
- Stelling van d'Alembert
- Deelbaarheidstheorie
- Notaties verzamelingenleer (doorsnede, unie, verschil, kwantoren)
- Inzicht in absolute waarde in verband met veranderlijken
- Kennen en inzicht in sommatieteken
- Determinanten
- Eigenwaarden, eigenvectoren van een reguliere matrix berekenen en toepassingen zoals evolutievraagstukken oplossen
- Propositielogica

- Boolese algebra
- Schema van Horner

NIET gekend:

- Equivalentieklassen
- Verzamelingenleer
- Structuren (groep, ring, veld)
- Orderrelaties
- Lineaire algebra (vectorruimte, basis, lineair onafhankelijk, ...)

#### FORMULE

Hieronder verstaan we alles wat te maken heeft met inzicht in verbanden, relaties, veranderlijken alsook de kennis van formules op zich zoals die van de merkwaardige producten, de oppervlakte van een cirkel, ...

Alleen gekend door de 6 uur aso /8 uur tso (keuze voor 6 en 4 uur tso):

- Rijen en telproblemen

Keuze voor 3 uur aso:

- Telproblemen

Slechts door een BEPERKTE groep leerlingen gekend (dus misschien niet voor alle 6/8 uurs en zeker niet voor minder dan 6 uur):

- Iteratie

#### FUNCTIE

Het kernconcept functie bevat de gehele leerlijn van verbanden tussen twee grootheden. Verschillende functierepresentaties, elk met eigen kracht en beperking, geven een verschillende kijk op hetzelfde object. Bij het functiebegrip hoort een overzicht van de verschillende typen functies in hun onderlinge relaties en verdieping van bepaalde klasse van functies (veeltermfuncties, rationale functies, irrationale functies, goniometrische functies, exponentiële functies, logaritmische functies (merk op: leerlingen kunnen rekenen met e-machten en logaritmen alleen binnen de functieleer)). Deze leerlingen moeten de kenmerken (symmetrieën, stijgen/ dalen, teken, nulpunten, extrema) van deze functies paraat hebben en daarmee vlot kunnen werken. Met andere karakteristieken (asymptoten (als asymptotisch gedrag), beperkt domein, beperkt bereik, ...) hebben de leerlingen slechts kennis gemaakt. Let wel, de leerlingen zullen bij het onderwerp functie zeker ICT-ondersteuning gehad hebben.

Leerlingen moeten inzien dat de grafieken van inverse functies mekaar's spiegelbeeld zijn t.o.v. de 1<sup>ste</sup> bissectrice, eventueel na beperking van domein.

Leerlingen kunnen bij concrete problemen die te herleiden zijn tot een aspect van de opgesomde functies de wiskundige vertaling maken en het probleem met ICT oplossen.

Slechts door een BEPERKTE groep leerlingen gekend (dus misschien niet voor alle 6/8 uurs en zeker niet voor minder dan 6 uur):

- Notatie functie als afbeelding
- Soorten afbeeldingen (injectie, bijjectie, surjectie)
- Samenstelling van functies
- Begrip inverse functie
- Transformaties bij grafieken van functies
- Verschuiven van assenstelsel en invloed op het functievoorschrift
- Bewerkingen uitvoeren op voorschriften van rationale functies
- Irrationale vergelijkingen
- Logaritmische schalen
- Cyclometrische functies

NIET voor 4 uur aso (leerplan b) en beperkte groep 4 uur tso:

- Opsomming voorgaande

- Irrationale functies

NIET voor 3 uur aso (leerplan c) en beperkte groep 3 uur tso:

- Opsomming twee voorgaande lijsten
- Rationale functies

#### VERANDERING

Dit kernconcept is nauw verbonden met het functiebegrip.

Differentiaalrekening betreft de studie van snelheid van de verandering in de relatie tussen twee grootheden. De afgeleide gebruiken de leerlingen als maat voor de ogenblikkelijke verandering van een functie en m.b.v. het intuïtief begrip limiet leggen ze het verband tussen het begrip afgeleide, het begrip differentiequotiënt en de richting van de raaklijn aan de grafiek.

De integraalrekening omvat zowel de studie van het “anti-differentiëren” als continue generalisatie van de discrete sommatie (bepaalde integraal wordt aangebracht als georiënteerde oppervlakte via limiet van onder- en bovensommen).

Met dit abstracte begrip verandering kunnen deze leerlingen praktisch rekenen.

Anderzijds kunnen leerlingen extremumproblemen wiskundig modelleren en oplossen eventueel m.b.v. ICT. Toepassingen op bepaalde integralen beperkt zich hoofdzakelijk tot oppervlakteberekeningen, inhoudsberekeningen van omwentelingslichamen, fysische toepassingen (snelheid uit versnelling, volume uit debiet, ...) en economische toepassingen (marginale kost, ...).

Slechts door een BEPERKTE groep leerlingen gekend (dus misschien niet voor alle 6/8 uren en zeker niet voor minder dan 6 uur):

- Formeel begrip limiet
- Formeel begrip afgeleide
- Middelwaardstellingen Rolle, Lagrange
- Oneigenlijke integraal
- Regel van de l’Hospital
- Integratietechnieken: integraal van rationale functies steunend op splitsen in partieelkbreuken; integralen van arcsin, arctan; integralen van irrationale functies, speciale vormen van integralen
- Bepalen van booglengte en manteloppervlakte m.b.v. integralen
- Differentiaalvergelijkingen
- Reeksen en convergentie van reeksen
- Numerieke methoden

Voor 4 uur aso/kso/tso (leerplan b) en

- Beperkt tot afgeleiden van veeltermfuncties, integralen van veeltermfuncties en integralen berekenen van functies met voorschrift  $f(x) = (ax + b)^n$ .
- Afgeleiden en integralen van eenvoudige exponentiële en logaritmische functies
- Afgeleiden en integralen van eenvoudige goniometrische functies

Voor 3 uur aso (leerplan c)/tso(leerplan b):

- Beperkt tot afgeleiden van veeltermfuncties, integralen van veeltermfuncties en integralen berekenen van functies met voorschrift  $f(x) = (ax + b)^n$  (uitbreiding in beide leerplannen en mogelijk niet gekend door een kleine groep leerlingen die 3 uur wiskunde in tso (leerplan b) volgen

#### RUIMTE

In dit kernconcept draait alles om de eigenschappen van meetkundige objecten in het platte vlak en de driedimensionale ruimte. Belangrijke vaardigheden zijn het oplossen van meetkundige problemen, construeren, redeneren en bewijzen en het omgaan met analytische technieken.

Wat komt minder aan bod:

- Synthetische meetkunde

- Vectoren

Slechts door een BEPERKTE groep leerlingen gekend (dus misschien niet voor alle 6/8 uurs en zeker niet voor minder dan 6 uur):

- Bol
- Krommen en oppervlakken analytisch beschrijven
- Transformaties in de ruimte beschrijven
- Kegelsneden
  - Euclidische meetkunde
  - Affiene meetkunde
  - Projectieve meetkunde

Leerlingen die leerplan b of leerplan c volgen in aso kunnen slechts ruimtmeetkunde als keuzeonderwerp zien. Deze leerlingen hebben wel in de 2<sup>de</sup> graad vlakke meetkunde (bij het oplossen van problemen o.a. gebruik gemaakt van Thales, Pythagoras, gelijkvormigheid, congruentie, ...) bestudeerd.

Een beperkte groep leerlingen die leerplan b in kso/tso volgt, kan ruimtmeetkunde als keuzeonderwerp gekregen hebben (behalve kso- Beeldende vorming waar het onderwerp verplicht is).

#### TOEVAL

Er is de statistiek, waarin het gaat om data-analyse, het trekken van conclusies uit onvolledige kwantitatieve gegevens, en het redeneren op basis van statistische modellen. Er is de kansrekening: het verloop van toevalsprocessen en het berekenen en voorspellen van kansen.

Slechts door een BEPERKTE groep leerlingen gekend (dus misschien niet voor alle 6/8 uurs en zeker niet voor minder dan 6 uur):

- Lineaire regressie en correlatie
- Toetsen van hypothesen

Leerlingen die leerplan a (Techniek-wetenschappen, Biotechnische wetenschappen en Architecturale vorming) in kso/tso volgen, kunnen slechts kansrekenen en regressie als keuzeonderwerp gehad hebben. Leerlingen die leerplan a (Industriële wetenschappen) volgen, hebben zowel statistiek als kansrekenen bestudeerd.

Leerlingen die leerplan b en c in aso volgen, krijgen verplicht het onderdeel statistiek (normale verdeling) en mogelijk als keuze kansrekenen, lineaire regressie, toetsen van hypothesen, betrouwbaarheidsintervallen.

Leerlingen die leerplan b in kso/tso volgen, krijgen verplicht het onderdeel statistiek (normale verdeling) en mogelijk een deel van deze groep leerlingen als keuze kansrekenen, regressie.

#### **Centrale denkactiviteiten voor de sterke wiskunde-richtingen in so:**

Abstraheren, modelleren, algebraïseren, ordenen, structureren, analytisch denken en probleem oplossen, formules manipuleren en logisch redeneren en bewijzen.

#### **Bijhorende vaardigheden:**

- Rekenvaardigheden
- Meet- en tekenvaardigheden
- Denk- en redeneervaardigheden
- Probleemoplossende vaardigheden
- Onderzoeksvaardigheid
- Taalvaardigheden
- ICT-vaardigheden (waartoe dient een RM in het so? Basisrekenen manueel, probleemoplossend rekenen met RM)

- Leervaardigheden (inprenten van formules, notaties, symbolen; vormkenmerken van tekst gebruiken, begrijpen en analyseren van het geleerde, opnieuw opzoeken en voorkennis inoefenen; verdiepen in tekst ; informatiebronnen raadplegen, zichzelf sturen bij het leren (plannen, foutenanalyse, reflecteren, ...))

Kernconcepten, denkactiviteiten en vaardigheden lopen als leerlijnen doorheen het wiskundeonderwijs in het so, uiteraard met de nodige differentiatie afhankelijk van het aantal uren wiskunde en van de onderwijsvorm (aso/kso/tso).

## 1 REKENVAARDIGHEDEN EN PARATE KENNIS

*Vlotheid gaat boven complexiteit!*

Waarom stellen we vast dat rekenvaardigheid en parate kennis niet meer zo sterk is als vroeger?

- Minder automatisering
- Attitude van uitstellen is een maatschappelijk probleem

Voor alle leerlingen in aso/ tso/kso met minstens 3 uur wiskunde:

- Vlot rekenen met getallen
- Rekenen met eenvoudige breuken en daarbij de rekenregels (optellen, vermenigvuldigen, delen, vereenvoudigen, ... kunnen gebruiken)
- Hoofdrekenen, grootte-orde, schatten, flexibel rekenen, rekenmachine (In worden niet meer getraind om ingewikkelde berekeningen uit te voeren met de hand!). Een zeker niveau van parate kennis in standaardprocedures, in structuur van getallen, in eigenschappen van bewerkingen is nodig om te kunnen hoofdrekenen.
- Rekenen met machten (geen complexe oefeningen, d.w.z. beperking aantal letters en negatieve exponenten)
- Rekenen met eenvoudige wortelvormen (bijv.  $3\sqrt{a} + 5\sqrt{a}$ ,  $\frac{6\sqrt{a}}{2\sqrt{ab}}$ )
- Eenvoudige vergelijkingen van de 1<sup>ste</sup> graad in x oplossen
- Ongelijkheden van de 1<sup>ste</sup> graad in x grafisch oplossen of in een context
- Eenvoudige vierkantsvergelijkingen kunnen oplossen
- Eenvoudige stelsels van 2 vergelijkingen van de 1<sup>ste</sup> graad met 2 onbekenden oplossen (niet alle methoden zijn door alle leerlingen gekend)
- Vergelijking van een rechte kunnen opstellen en grafisch voorstellen
- Grafieken van 1<sup>ste</sup> en 2<sup>de</sup> graadsfuncties interpreteren
- Grafisch onderzoek van exponentiële en logaritmische functies kunnen uitvoeren
- Afgeleide van veeltermfuncties berekenen
- Eenvoudige integralen van veeltermfuncties berekenen
- Relaties tussen goniometrische getallen (sin, cos, tan) kennen, kunnen gebruiken en op de goniometrische cirkel kunnen aanduiden (ook de kwadranten en tekens)(slechts voor een beperkte groep met leerplan b in tso)
- De formules van goniometrische getallen (cos, sin, tan) van verwante hoeken (gelijke hoeken, tegengestelde hoeken, supplementaire hoeken, complementaire hoeken) kennen en kunnen gebruiken
- De formules voor sin, cos en tan in rechthoekige driehoeken kennen en gebruiken

Bijkomend voor leerlingen in aso/tso/kso met minstens 6 uur wiskunde):

- Rekenen met eenvoudige wortelvormen, beperkt rekenen met n-de machtswortels en met gebroken exponenten
- De som-, verschilformules (cos, sin, tan) kennen en kunnen gebruiken
- De cosinus- en sinusregel kennen en gebruiken
- K Determinanten kunnen berekenen
- Binomium van Newton kennen en gebruiken
- De methode van Gauss-Jordan kennen om stelsels te kunnen bespreken
- De voorstelling van een complex getal, grafisch, algebraïsch en goniometrisch, kennen

- Rekenen (toegevoegde, optellen, vermenigvuldigen, delen, machtsverheffing, worteltrekking, omgekeerde) met complexe getallen
- Scalair product van vectoren kennen en gebruiken
- Logaritme kennen en de rekenregels (product, verschil, machtsverheffing, verandering van grondtal) kunnen toepassen
- Logaritmische en exponentiële functie, verband kennen, kunnen voorstellen; bijzonderheden kennen en gebruiken
- Grafieken van functies kunnen interpreteren
- Eenvoudige limieten en rekenregels (geval  $\frac{0}{0}$  en geval  $\frac{r}{0}$  met  $r \neq 0$ ) kennen en gebruiken i.f.v. asymptoten
- Eenvoudige afgeleiden kunnen berekenen en rekenregels (som, product, quotiënt, goniometrische en  $\boxed{K}$  cyclometrische) gebruiken
- Integratiebasistechnieken (splitsen, eenvoudige substitutie (arcsin, arctan (indien cyclometrische f gekend), eenvoudige goniometrische), partiële integratie kunnen gebruiken
- Eenvoudige differentiaalvergelijkingen van de 1<sup>ste</sup> orde kunnen oplossen
- $\boxed{K}$  Afstanden, hoeken in de ruimte berekenen

## 2 MEET-EN TEKENVAARDIGHEID (VOOR MINSTENS 6 UUR WISKUNDE)

Meetkundig schetsen met correcte informatie en die verantwoord

## 3 DENK- EN REDENEERVAARDIGHEID (VOOR MINSTENS 6 UUR WISKUNDE)

Met denk- en redeneervaardigheden worden onder meer bedoeld: abstraheren (bij de begripsvorming), een vermoeden formuleren, veralgemenen (ontdekken van een eigenschap), analyseren, synthetiseren, structureren, ordenen, analoog werken, argumenteren, bewijzen. Het gaat om meer dan het kunnen bewijzen van eigenschappen.

Vanuit het actief onderzoeken van relaties tussen begrippen worden leerlingen geconfronteerd met vele vormen van beweringen en vermoedens. Niet elk intuïtief vermoeden leidt tot een 'eigenschap', niet elke bewering zal blijken juist te zijn, veralgemeenbaar, .... Daarom is het zinvol bij de besluitvorming aandacht te besteden aan de argumenten die ervoor kunnen gegeven worden. Ook bij het actief oplossen van problemen zullen de leerlingen hun oplossing of hun redenering op een of andere wijze moeten argumenteren.

Het verwerven van deze redeneervaardigheid vraagt een geleidelijke en geduldige aanpak. Zinvol is aandacht te besteden aan de verschillende fasen van het opbouwen van een redenering of een bewijs, o.m. het redeneren op een tekening, het argumenteren van delen van een redenering (bijv. het expliciteren van gegeven en vraag), het inzien van en/of zelf ontdekken van de kernidee uit een redenering, het maken van redeneringen in analoge situaties, het zelf uitschrijven van een behoorlijk geordende verklaring. (bron: leerplan a – derde graad aso)

## 4 PROBLEEMOPLOSSENDE VAARDIGHEDEN

Leerlingen moeten vaardigheid verwerven in het zelfstandig oplossen van problemen. Het bevorderen van dit probleemoplossend denken is een van de voornaamste opdrachten van leerkrachten wiskunde. De transferwaarde van deze vaardigheden naar andere vakken kan zeer groot zijn. De leerlingen ervaren hierdoor dat de inzichten en de vaardigheden, die ze opdoen bij de wiskundevorming, ruim kunnen ingeschakeld worden bij het vertolken en het verklaren van problemen uit de andere vakken en uit de maatschappelijke leefwereld. Probleemoplossende vaardigheden zijn een essentiële troef in de studie- en beroepsloopbaan van leerlingen.

De meest zinvolle aanpak lijkt die van een volgehouden *integratie* ervan *in het normale lesgebeuren*. Leerlingen zullen deze vaardigheden maar verwerven doorheen een actief proces van zich vragen stellen, patronen ontdekken, antwoorden zoeken en onderzoeken, voorbeelden en tegenvoorbeelden opzoeken, vraagstelling vereenvoudigen, voorstellen analyseren, testen en bijsturen, vermoedens argumenteren, ....

Belangrijk is dat de leerlingen aantrekkelijke, haalbare problemen aangeboden krijgen. Vooral succeservaring zal leerlingen aanzetten om nieuwe en moeilijkere problemen aan te pakken. Leerlingen moeten evenwel problemen leren 'zien'. Daarom zullen geregeld open problemen, weliswaar haalbaar op het niveau van de leerlingen, aange-

boden worden. Problemen moeten niet noodzakelijk altijd buiten de wiskunde gezocht worden. Ook wiskundige situaties kunnen als aantrekkelijke problemen gepresenteerd worden.

Het verwerven van probleemoplossende vaardigheden is een lang en arbeidsintensief proces. Daarom moet de aanpak in de derde graad aansluiten op de inspanningen die al in de eerste en de tweede graad werden gedaan. Zo kan men terugvallen op verschillende stappen die voor leerlingen misschien al vertrouwd zijn.

In de eerste plaats zal aandacht besteed worden aan een goede *probleemstelling*. Het probleem moet voor de leerlingen duidelijk zijn (dit kan bijvoorbeeld door de leerlingen het probleem in eigen woorden te laten stellen). Als het gaat om het onderzoeken van verbanden of eigenschappen moet dit leiden tot een duidelijke formulering van een vermoeden of hypothese.

Daarop volgt het *analyseren* en/of het *mathematiseren*. Dit betekent dat de leerlingen de wiskundige probleemstelling kunnen herkennen in het gestelde probleem of in de opgave (bijv. het probleem is te herleiden tot het bepalen van een maximum van een functie, tot het berekenen van een oppervlakte, ...). Dit betekent onder meer dat ze bij een situatie gegeven en gevraagde kunnen bepalen, kwantificeerbare elementen kunnen opzoeken en wiskundig vertolken, relaties tussen elementen (gegevens onderling, gegevens en gevraagde) kunnen leggen en wiskundig vertolken, uit te voeren bewerking(en) kunnen bepalen. In deze fase worden vaak *zoekstrategieën* of *heuristische methoden* gebruikt. In een leerproces van probleemoplossende vaardigheden is het belangrijk deze te expliciteren. Bij een complexer probleem is het zinvol in deze fase een planmatige aanpak te voorzien en de uitvoering van het plan verderop te bewaken.

Daarop volgt het *uitschrijven van een oplossing*, het *berekenen van het resultaat* of het *uitschrijven van een verklaring*, het maken van een (*reken*)*proef*, het maken van een *realiteitsproef* (kan dit resultaat in deze context) en het formuleren van een *antwoord* op het gestelde probleem.

De *rol van de leerkracht* kan erin bestaan leerlingen individueel tot nadenken aan te zetten, discussie over oplossingen uit te lokken en hierbij een kritische houding aan te bevelen

De leerkracht zou zelf een analoge werkwijze kunnen hanteren bij het klassikaal opstellen van bewijzen van eigenschappen en het opbouwen van redeneringen. Ook is het zinvol dat de leraar aan het eind van een oplossingsproces of redenering de denkstappen eens controlerend overloopt en de gebruikte heuristische methoden eens expliciet laat formuleren of bevragen.

Het verdient aanbeveling dat voldoende differentiatie in de opdrachten wordt nagestreefd, omdat in de verwerving van probleemoplossende vaardigheden het verschil tussen de leerlingen erg groot kan zijn. Voor wiskundig sterke leerlingen kan men bijv. vlugger naar open problemen grijpen.

## 5 ONDERZOEKVAARDIGHEDEN

De leerlingen worden geconfronteerd met onderzoeksopdrachten die ze zelfstandig of in groep moeten verwerken. Een aantal vaardigheden die ze daarbij kunnen hanteren zijn al gedeeltelijk aan bod gekomen bij het ontwikkelen van probleemoplossende vaardigheden. Nu komen er uitdrukkelijker de regulerende en de reflectieve onderdelen bij.

Een onderzoeksopdracht begint met het uitklaren van de onderzoeksvraag. Belangrijk voor de haalbaarheid, zeker in de beginfase, is deze voldoende te beperken en af te bakenen, anders riskeren de leerlingen in een te groot project verloren te lopen. Dat kan door de onderzoeksopdracht op te splitsen in deelvragen (wie, wat, waar, wanneer, waarom, hoe, welke, waarmee, waartoe, ...).

In de studierichtingen, waar wiskunde als poolvak voorkomt, moeten de specifieke eindtermen in verband met onderzoekscompetenties (3 eindtermen) mede door wiskunde worden gerealiseerd.

## 6 TAALVAARDIGHEDEN

Wiskunde is uitgegroeid tot een wetenschap waarin begrippen en eigenschappen welomschreven moeten worden. Daartoe wordt de omgangstaal vaak verengd tot een meer *specifieke vaktaal* met eigen regels.

De wiskundetaal kent vanuit haar voorgeschiedenis een sterke *formalisering* en *symbolisering* die snelle communicatie en universalisering mogelijk maakt, maar die wiskunde voor sommige leerlingen precies zo moeilijk toegankelijk maakt. De eisen die gesteld worden aan deze formalisering zullen uiteraard toenemen naarmate de leerling

voor een hoger aantal wekelijkse lestijden wiskunde kiest. Naast de verbale taal is in wiskunde de specifieke *visuele taal* van tekeningen en wiskundige voorstellingen van belang. Een bijzondere vorm van visueel geordend aanbieden van informatie is die in tabelvorm.

Buiten de vaktaal waarmee wiskunde opgebouwd wordt, moeten leerlingen de *beschrijvende taal* blijven hanteren waarin over het wiskundig handelen gesproken wordt (met termen zoals definitie, eigenschap, kenmerk, verklaar ..., bereken ..., los op ..., construeer ..., vraagstuk).

Tenslotte, reële problemen worden meestal niet rechtstreeks in de wiskundetaal gesteld. Een belangrijke vaardigheid is het mathematiseren, het omzetten of het *vertalen* van de situatie, vaak uitgedrukt met behulp van de omgangstaal, naar de wiskundige situaties en modellen, in het bijzonder naar en met wiskundige vaktaal. Daarbij

Bijzondere aandacht moet besteed worden aan het verwerven van de leesvaardigheid bij het lezen van de tekst van opgaven, problemen en vraagstukken. Vaak is deze moeilijkheid voor de leerlingen groter dan het uitvoeren van gekende rekentechnieken. Aan deze belangrijke stap, noodzakelijk bij het analyseren van problemen en het formuleren van vermoedens, moet bijzondere aandacht besteed worden.

## 7 ICT-VAARDIGHEDEN

De rekenmachine is slechts een *middel* bij het oplossen van problemen. En precies daarbinnen krijgt het zijn juiste betekenis. Aan het langdurig oefenen van rekenprocedures in geïsoleerde situaties werd in de vooropleiding weinig aandacht besteed en dat blijft ook zo in de derde graad.

Met de opgang van geavanceerde rekenmachines en gemakkelijk toegankelijke en adequate software kan de aandacht voor het automatiseren van technieken en procedures beperkt worden. Het is nu al duidelijk dat wie later nog rekenprocedures nodig heeft, in de praktijk veelal zal gebruik maken van moderne informatie- en communicatietechnologie. Weliswaar is inzicht nodig in de precieze werking van de gebruikte procedures. Het gebruik van een rekenmachine of een computer mag het inzicht in die noodzakelijke basisvaardigheden dus niet verminderen. Maar er zal minder aandacht besteed worden aan de manuele beheersing ervan. Ook de kritische houding ten aanzien van wat op het scherm van een toestel verschijnt moet verworven worden.

Anderzijds bieden rekenmachines nieuwe mogelijkheden. Praktische problemen die tot nu toe niet binnen het bereik van het secundair onderwijs lagen, omdat de berekeningen (bijv. bij het oplossen van vergelijkingen) te ingewikkeld of te moeilijk waren, kunnen nu wel behandeld worden.

Daarenboven moeten leerlingen, volgens de algemene eindtermen, ICT functioneel kunnen gebruiken.

## 8 LEERVAARDIGHEDEN

Aan het verwerven van leervaardigheden moet in de derde graad nog steeds bewust gewerkt worden. Daarbij moet steeds meer aandacht gaan naar het zelfstandig leren van de leerlingen. Belangrijk is dat de bijdrage van wiskunde kadert in een bredere aanpak van de problematiek leren leren in de school en de groei naar een zelfverantwoord leren. Omdat het 'de leerling' is die adequate technieken moet verwerven, zal over de vakken heen toch een zekere eenvormigheid nagestreefd worden. Algemene technieken worden uiteraard vakspecifiek vertaald.

Bij het verwerven van wiskunde worden een aantal *leervaardigheden* geactiveerd.

Leerlingen moeten leren systematisch reflectie in te bouwen bij het uitvoeren van opdrachten en i.h.b. bij het leren. Niet alleen het verwerven van nieuwe kennis en inzichten, het vinden van de oplossing van een probleem of het uitvoeren van een leertaak zijn belangrijk, maar ook de wijze waarop het proces verlopen is, biedt belangrijke leerkanalen. Leerlingen moeten dus leren stilstaan bij het proces zelf. Na het handelen volgt het terugblikken op dat handelen, waarbij men zich bewust wordt van de essentiële elementen ervan, de goede ervaringen en de problemen die zijn opgetreden. Daarbij zal de leerling, eventueel gecoacht door de leraar, alternatieven formuleren en selecteren vanuit bezinning en overleg, om ze in een nieuwe situatie uit te proberen.